

5.10.2016



ЭЛЕКТИВНЫЙ
КУРС

ЛОГИКА В ЗАДАЧАХ

Методическая разработка | Пилипенко В.В.

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

Кафедра математики и методики её преподавания

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «ЛОГИКА В ЗАДАЧАХ»

Методическая разработка

Пилипенко Василины Васильевны

Саратов, 2016

Планируемые предметные результаты освоения конкретного элективного курса «Логика в задачах»

В результате изучения элективного учащиеся должны

понимать

сущность понятия «логическая задача»,

знать

основные виды логических задач, их структуру, методы информационного и математического (логического) моделирования, основные методы решения логических задач,

уметь

строить информационные модели логических задач, решать логические задачи различными методами, проводить исследование задачи,

владеть

методами поиска информации, способами группового взаимодействия.

Содержание элективного курса

с указанием форм организации учебных занятий и основных видов учебной деятельности

№	Тема	Содержание	Форма организации	Виды деятельности
1	Логические задачи и методы их решения	Понятие логической задачи. Разнообразие логических задач и методов их решения. Занимательные логические задачи.	Работа и интернет-ресурсами (http://www.develop-kinder.com/logic-problems/index.html). Коллективная работа	Поиск и решение занимательных логических задач. Определение понятия «логическая задача». Классификация логических задач
2	Информационное моделирование логических задач	Таблиц, графы, схемы – основные информационные модели логических задач	Практическая работа. Учебное исследование.	Решение логических задач (в том числе историко-математических) построением инфо.моделей
3	Комбинаторные методы решения логических задач	Метод исчерпывающих проб как метод решения логических задач. Сокращение числа рассматриваемых вариантов. Метод вербальных рассуждений. Решение логических задач комбинаторными методами.	Практическая работа. Учебное исследование.	Решение логических задач. Театрализованное представление логических задач (в стихах).
4	Логические методы решения логических задач	Высказывания и операции над ними (алгебра высказываний). Применение алгебры высказываний к решению логических задач (математическое моделирование).	Учебное занятие с использованием активных методов обучения. Самостоятельная работа. Коллективная работа.	Интерактивные упражнения. Решение логических задач. Конструирование логических задач. Театрализованное представление.
	Итоговое занятие		Игра-путешествие	Решение логических задач.

Календарно-тематическое планирование

с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы

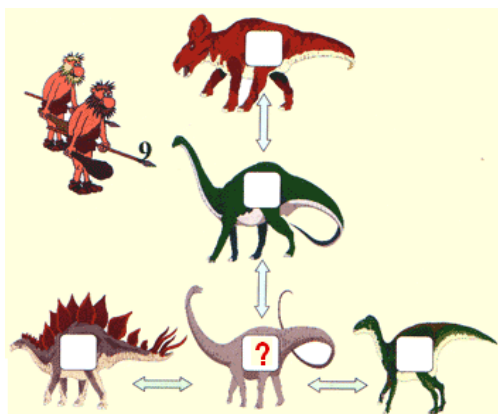
№ занятия	Тема	Количество часов
1-2	Логические задачи и методы их решения	2
3-4	Информационное моделирование логических задач (таблицы, графы, схемы)	2
5-6	Комбинаторные методы решения логических задач	2
7-8	Логические методы решения логических задач	2
9	Итоговое занятие	1

Содержание некоторых занятий

Занятие 3. Информационное моделирование логических задач

Задача 1 (предваряющая). Па и Бо пасли 5 динозавров, на боках которых для порядка изображены 1, 2, 3, 4 и 5 полосок. Каждый час Па и БО лезут на самые высокие деревья и показывают друг другу столько веток, сколько полосок на боках динозавров они видят. Если число веток меньше числа пальцев на двух руках одного и одной руке другого, то Па и Бо бьют тревогу: потерялся динозавр!

Как-то раз Па и Бо показали друг другу по 9 веток. Как такое может быть? (другой вопрос: Стоит ли им бить тревогу?)



Задача 2 (предваряющая). Расставьте числа 1, 2, 3, 4, 5 в колонке и в строчке из динозавров, так, чтобы сумма чисел как в колонке, так и в строчке была бы равна 9.

Вопросы для коллективного исследования:

- Похожи ли задачи 1 и 2?
- Какую задачу было проще решить?

Почему?

- Что нам помогло решить вторую

задачу? // Наличие информационной модели.

- Сколько решений имеет первая задача? // Два.
- Сколько решений имеет вторая задача? // Одно.
- Можно ли информационная модель второй задачи быть информационной моделью первой задачи? // Нет, т.к. при этом мы потеряем одно из решений первой задачи.

Обобщим результаты нашего исследования и сформулируем основные выводы:

1. Текстовую логическую задачу помогает решать её информационная модель.
2. Модель должна быть адекватна самой задаче (иначе можно потерять решение или, что ещё хуже, вовсе неправильно решить задачу).

Задача 3 «Девичья хитрость» (историко-математическая, для коллективного решения-исследования). Золотошвея, взяв 20 девушек в учение, разместила их в 8 комнатах своего дома так, как показано на рисунке. По вечерам золотошвея обходила дом и проверяла, чтобы в комнатах на каждой стороне его было по 7 девушек. Однажды к девушкам в гости приехали 4 подружки и, заговорившись, остались у них ночевать, причём все 24 девушки разместились в комнатах так, что вечером золотошвея насчитала в комнатах на каждой стороне дома опять по 7 девушек. На следующий день 4 девушки пошли провожать своих четырёх подруг и дома не ночевали. Оставшиеся 16 девушек разместились так, что опять вечером золотошвея насчитала в комнатах с каждой стороны дома по 7 девушек. Как размещались девушки по комнатам в двух последних случаях?

1	5	1
5	24	5
1	5	1

3	1	3
1	16	1
3	1	3

Метод проб приводит, как правило, к следующему решению. Казалось бы, задача исчерпала себя, но следующая серия вопросов позволяет развернуть вокруг уже готового решения настоящее исследование.

Вопрос 1. Как обосновать решение (или, другими словами, как получается, что каждый раз золотошвея насчитывает одинаковое количество девушек, когда их на самом деле разное число)?

Ответ. Всё дело в том, что золотошвея дважды учитывает число девушек, находящихся в угловых комнатах, то есть она складывает не 8 чисел, а 12:

Стена	Количество девушек		
1	$2 + 3 + 2$	$1 + 5 + 1$	$3 + 1 + 3$
2	$2 + 3 + 2$	$1 + 5 + 1$	$3 + 1 + 3$
3	$2 + 3 + 2$	$1 + 5 + 1$	$3 + 1 + 3$
4	$2 + 3 + 2$	$1 + 5 + 1$	$3 + 1 + 3$
Итого	28	28	28
Всего девушек	20	24	16
в угловых комнатах (их 4)	$8 = 2 \times 4$	$4 = 1 \times 4$	$12 = 3 \times 4$
в центральных комнатах (их 4)	$12 = 3 \times 4$	$20 = 5 \times 4$	$4 = 1 \times 4$

Вопрос 2. Есть ли другие способы расположить 24, 20 и 16 девушек в 8 комнатах по 7 человек с каждой стороны дома?

3	2	2
2	20	4
2	4	1

На первый взгляд, ответ отрицательный. И если учащиеся твёрдо стоят на своем, пусть оценят следующее решение (для 20 девушек).

Для ответа на второй вопрос нужно

– или применить *метод исчерпывающих проб* к решению задачи «Девичья хитрость», то есть рассмотреть все возможные варианты решения задачи для случая 24, 20 и 16 девушек (первое направление исследования);

– или найти *алгоритм* расстановки чисел 1, 2, 3, 4, 5 в восьми ячейках таблицы 3×3 согласно условию задачи (второе направление исследования).

Исследование в каждом направлении вызывает ряд проблем.

I направление исследования

Проблема 1. Каким образом осуществлять перебор вариантов?

5		

1. Можно зафиксировать какую-нибудь, например, угловую ячейку, задав значение этой ячейке – 5 (первая серия проб), затем 4 (вторая серия проб), и далее 3, 2, и 1.

2. Использовать представления числа 7 в виде суммы трёх слагаемых: $7 = 1 + 1 + 5 = 1 + 2 + 4 = 1 + 3 + 3 = 2 + 2 + 3$.

5	1	1
1		
1		

3. Заполнить, используя эти представления и переместительный закон сложения, одну из строк таблицы и смежный с ней столбец, например, верхнюю строку и левый столбец.

4. Заполнить оставшиеся ячейки таблицы, например, последовательно вписывая в ячейку (центральная, правый столбец) числа 1, 2, 3, 4 и 5, затем вычислив значение нижней угловой правой ячейки и оставшейся ячейки. В центре таблицы указываем сумму чисел (значений восьми ячеек таблицы).

5	1	1
1	16	1
1	1	5

5	1	1
1	17	2
1	2	4

5	1	1
1	18	3
1	3	3

5	1	1
1	19	4
1	4	2

5	1	1
1	20	5
1	5	1

5. Анализируем результаты, делаем выводы, выдвигаем гипотезы по первой серии проб:

(1) Мы нашли ещё два решения задачи для случая 16 и 20 девушек.

(2) Наверное, есть и другие решения задачи для случая 16, 20 и 24 девушек. Какие? – Проблема 2.

(3) Задача имеет решение для случая 17, 18 и 19 девушек. Сколько и какие это решения? – Проблема 3.

(4) Наверное, задача имеет решение для случая 21, 22 и 23 девушек. Сколько и какие это решения? – Проблема 4.

(5) Все построенные информационные модели задачи – симметричны относительно диагонали таблицы.

(6) Наверное, симметрия таблиц – характерная особенность задач такого рода.

(7) Наш скоропалительный ответ на второй вопрос – следствие того, что первые построенные нами информационные модели имели две оси симметрии (горизонтальную и вертикальную), в результате чего в угловых ячейках «встали» одинаковые числа. Мы искали аналогичные решения, а их, действительно, нет.

6. Проводим вторую и последующие серии проб, анализируем результаты, делаем выводы, то есть, решаем проблемы 2-4.

II направление исследования

Проблема 1. Каким образом была заполнена таблица из текста (условия) задачи?

2		2
	20	
2		2

1. Так как золотошвея насчитала 28 девушек, а их было всего 20, то $28 - 20 = 8$ девушек посчитали дважды, то есть они находились в угловых комнатах по $8 : 4 = 2$ девушки в каждой угловой комнате.

Тогда в центральной комнате было по $7 - 2 - 2 = 3$ девушки.

Информационная модель условия задачи построена.

2	3	2
3	20	3
2	3	2

2. Итак, для того, чтобы построить модель задачи нужно:

(1) Найти разность между 28 и данным числом девушек.

(2) Полученную разность разделить на 4 и записать получившийся результат в угловые ячейки таблицы.

(3) Заполнить центральные ячейки таблицы, вычитая из 7 удвоенный результат предыдущего действия.

Проблема 2. Можно ли полученный алгоритм применить к случаю 24 и 16 девушек?

Алгоритм	Требование задачи																			
	Разместить 24 девушки	Разместить 16 девушек																		
(1) Найти разность между 28 и данным числом девушек.	$28 - 24 = 4$	$28 - 16 = 12$																		
(2) Полученную разность разделить на 4 и записать получившийся результат в угловые ячейки таблицы.	$4 : 4 = 1$ <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>24</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td>1</td></tr> </table>	1		1		24		1		1	$12 : 4 = 3$ <table border="1"> <tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td>16</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr> </table>	3		3		16		3		3
1		1																		
	24																			
1		1																		
3		3																		
	16																			
3		3																		
(3) Заполнить центральные ячейки таблицы, вычитая из 7 удвоенный результат предыдущего действия	$7 - 1 - 1 = 5$ <table border="1"> <tr><td>1</td><td>5</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>24</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td><td>1</td></tr> </table>	1	5	1	5	24	5	1	5	1	$7 - 3 - 3 = 1$ <table border="1"> <tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>16</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td></tr> </table>	3	1	3	1	16	1	3	1	3
1	5	1																		
5	24	5																		
1	5	1																		
3	1	3																		
1	16	1																		
3	1	3																		

Проблема 3. Каким образом была заполнена таблица – второй вариант расположения 20 девушек?

3	2	2
2	20	4
2	4	1

Изучим данную модель:

(1) В углах стоят числа 1, 2, 3 и 2, дающие в сумме 8 ($28 - 20 = 8$).

(2) В центральном столбце и центральной строке стоят числа 2 и 4, дающие в сумме 6 ($20 - 7 - 7 = 6$).

Итак, можно, сначала заполнять углы таблицы (учитывая переместительный закон сложения) так, чтобы значения в сумме давали 8:

1 + 1 + 1 + 5 или 1 + 1 + 2 + 4, или 1 + 1 + 3 + 3, или 1 + 2 + 2 + 3, или 2 + 2 + 2 + 2, – а затем заполнять центральные ячейки. Или же заполнить центральные ячейки (учитывая переместительный закон сложения) так, чтобы значения в сумме давали 6: 1 + 5 или 2 + 4 или 3 + 3, – а затем заполнять угловые ячейки. Какой способ рациональнее? – Проблема 4.

Проще, кажется, второй способ. Осуществим его на практике (все желающие могут использовать и первый способ заполнения таблицы).

Решение: меняем местами числа в каждой строке, столбце и главной диагонали:

	1		⇒	5	1	1		1		⇒	4	1	2		3	1	3	⇒	3	1	3	
1		5		1		5		2		4		2		4		3		3		3		3
	5			1	5	1			5			1	5	1		1	5	1		1	5	1

<table><tr><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td></td><td>4</td></tr><tr><td></td><td>4</td><td></td></tr></table>		2		2		4		4		⇒	<table><tr><td>3</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td></td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>1</td></tr></table>	3	2	2	2		4	2	4	1	и	<table><tr><td>4</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td></td><td>4</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	4	2	1	2		4	1	4	2		<table><tr><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td>4</td><td></td></tr></table>		2		3		3		4		⇒	<table><tr><td>2</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>1</td></tr></table>	2	2	3	3		3	2	4	1
	2																																																				
2		4																																																			
	4																																																				
3	2	2																																																			
2		4																																																			
2	4	1																																																			
4	2	1																																																			
2		4																																																			
1	4	2																																																			
	2																																																				
3		3																																																			
	4																																																				
2	2	3																																																			
3		3																																																			
2	4	1																																																			
<table><tr><td></td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td>3</td><td></td></tr></table>		3		3		3		3		⇒	<table><tr><td>1</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>	1	3	3	3		3	3	3	1	и	<table><tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr></table>	2	3	2	3		3	2	3	2																						
	3																																																				
3		3																																																			
	3																																																				
1	3	3																																																			
3		3																																																			
3	3	1																																																			
2	3	2																																																			
3		3																																																			
2	3	2																																																			

Итак, мы получили 8 принципиально различных способов размещения по комнатам 20 девушек.

Применим наш метод решения задачи для случая 23 девушек:

(1) $28 - 23 = 5$ – девушек располагаются в угловых комнатах;

(2) $23 - 7 - 7 = 9$ – девушек располагаются в центральных комнатах вертикального ряда и центральных комнатах горизонтального ряда;

(3) $5 = 1 + 1 + 1 + 2$ – схема расположения девушек в угловых комнатах;

$9 = 4 + 5$ – схема расположения девушек в центральных комнатах вертикального и горизонтального рядов.

1		1
2		1

 или

	4	
4		5
	5	

(4) Строим информационную модель решения задачи одним из способов: располагая сначала девушек в угловых, а затем в центральных комнатах, или наоборот.

1	5	1
4		5
2	4	1

 $\equiv$

2	4	1
4		5
1	5	1

В результате, мы получаем один и тот же способ размещения по комнатам 23 девушек.

Итак, существует единственный способ разместить по 8 комнатам 23 девушки так, чтобы по каждой стороне было по 7 девушек.

Задача 4 (для самостоятельного решения с последующей демонстрацией).

Известно, что Паша выше Даши, Маша выше Глаши, а Саша ниже и Даши, и Маши. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

(1) Паша самый высокий из всех. (2) Даша и Маша одного роста. (3) Саша ниже Глаши. (4) Паша выше Саши

Задача 5 (для самостоятельного решения с последующей демонстрацией).

Первый ученик сказал, что написанное на доске неравенство имеет менее 11 целочисленных решений, а второй – что менее 12. Учитель отметил, что прав только один из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?

Задача 6 (для самостоятельного решения с последующей демонстрацией-театрализацией). В комнате находятся рыцари и лжецы – всего 11 человек. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Первый человек говорит: «В этой комнате все лжецы». Второй говорит: «Тот, кто говорил передо мной, сказал неправду». Оставшиеся 9 человек по очереди повторили фразу второго. Сколько рыцарей в комнате?

Театрализованные задачи (для домашней работы)

Класс разбивается на группы, каждая получает текст задачи, которую они должны обыграть.

Задача 7. Осенний кросс (4 человека).

Кросс осенний вспоминая,

Спорят белки два часа:

Победил в забеге заяц.

А второй была лиса!

– Нет, – твердит другая белка, –

Ты мне шутики эти брось.

Заяц был вторым, конечно,

Первым был, я помню, – лось!

– Я, – промолвил филин важный, –
В спор чужой не стану лезть.
Но у вас в словах у каждой
По одной ошибки есть.

Белки фыркнули сердито.
Неприятно стало им.
Вы уж взвесив всё, решите,
Кто был первым, кто вторым.

Ответ: Первым – лось, второй – лиса, третий – заяц.

Задача 8. В универмаге (5 человек)

В универмаге встретил я
Осла, козу и кошку,
Они купили красный мяч
И жёлтую гармошку.

Зайдя потом, увидел я
Осла, козу и белку,
Они купили красный плащ
И белую тарелку.

Зашёл я в третий, встретил там
Опять осла и кошку.
Они купили в этот раз
Лишь жёлтую матрёшку.

Мне срочно нужен твой совет,
Задумайся немножко.

Скажи: какой любимый цвет
У белки и у кошки.

И кто не сделал ни одной
Покупки в магазинах.
Поскольку не было, увы,
Товаров ярко-синих.

Ответ: Белка – белый,
кошка – жёлтый,
ни одной покупки не сделал осёл.

Задача 9. Кто где? (6 человек)

Дуб, клён, сосна, берёза, пенё!

За ними спрятались, таятся

Бобр, заяц, белка, рысь, олень!

Кто где? Попробуй разобраться!

Где рысь, ни зайца, ни бобра
Ни слева нет, ни справа – ясно.
И рядом с белкой – вот хитра –
Их также не ищи напрасно.

С оленем рядом рыси нет,
И зайца справа нет и слева.

А белка справа, где олень!

Теперь берись за поиск смело.

И хочет дать тебе совет
Поросшим мхом высокий пенё:

– Кто где? Напасть на верный след
Помогут белка и олень.

Ответ: Дуб, клён, сосна, берёза, пень,
заяц, бобр, олень, белка, рысь

Задача 10. Колючая задача (4 человек)

Вот симпатичные ежи
Какого как зовут, скажи,
От Пэта слева Физа нет,
От Физа справа нет Чучачу,
Мак рядом с Физом. Пэт
Мне эту предложил задачу.
Её решил я в пять минут
А ты? Ежи ответа ждут!

Ответ: Чучачу, Пэт, Физ, Мак.

Задача 11. Боги (5 человек)

В старинном храме, говорят,
Стоят на чердаке
Бог Правды, Лжец и Дипломат,
Все – с лотосом в руке.
Бог Правды, лотосом кланясь,
Лишь истину твердит.
Бог Лжи, нимало не смутясь,
Неправду говорит.
А Дипломат даёт ответ
По прихоти своей –
То правду говорит, то – нет,
Но всякий раз «ей-ей»
Пришёл в этот храм мудрец, Рашид
И к первому: – Привет!
С тобою рядом кто стоит?
– Бог Правды! – был ответ.
– Теперь скажи мне о себе, –
Второго он спросил.
– Я – Дипломат, служу судьбе, –
Второй проговорил.
Шагает к третьему Рашид
(Рашид был стар и сед)
– Мой Бог, сомнение разреши,
Скажи, кто твой сосед?
– О, досточтимый мудрец,
Не бей напрасно ног.
Могу сказать: он страшный лжец, –
Отвечил третий Бог.
Теперь, читатель, разбери –
Узнать я был бы рад:
Кто лжец, кто правду говорит
И кто же – Дипломат?

Ответ: 1 – Бог Дипломатии, 2 – Лжи, 3 – Правды.

Занятие 7. Применение алгебры высказываний к решению логических задач (математическое моделирование)

Задача 1. При составлении расписания уроков на один день учителя математики, физики, химии и географии высказали следующие пожелания: «если первый урок – математика, то третий урок – не физика, а химия второй либо четвёртый урок»; «если физика – не первый урок, то математика – первый урок, а химия – второй»; «на втором уроке физик занят в другом классе»; «химик не согласен на второй урок, если физика – на первом» и, кроме того, «химик отказывается от четвёртого урока». Как составить расписание на день из четырёх различных уроков, чтобы учесть все пожелания?

Решение (демонстрируемое Василиной).

Составим логическую (на языке алгебры высказываний) математическую модель задачи, для чего переведём на этот язык пожелания учителей и требования к расписанию.

Введём обозначения: $\Pi = \{M, \Phi, X, \Gamma\}$ – множество учебных предметов, описанных в задаче, индекс указывает на то, каким по расписанию стоит учебный предмет

Пожелания учителей	Высказывание
если первый урок – математика, то третий урок – не физика, а химия второй либо четвёртый урок	$M_1 \rightarrow (\neg \Phi_3 \wedge (X_2 \vee X_4))$
если физика – не первый урок, то математика – первый урок, а химия – второй	$\neg \Phi_1 \rightarrow (M_1 \wedge X_2)$
на втором уроке физик занят в другом классе	$\neg \Phi_2$
химик не согласен на второй урок, если физика – на первом	$\Phi_1 \rightarrow \neg X_2$
химик отказывается от четвёртого урока	$\neg X_4$
география может быть любым уроком	$\Gamma_1 \vee \Gamma_2 \vee \Gamma_3 \vee \Gamma_4$
Требования к расписанию	Высказывание
Если какой-то предмет не может быть 1 (2 / 3 / 4) уроком, то он может быть 2 или 3 или 4 уроком (1,3 или 4 уроком / 1,2 или 4 уроком / 1,2 или 3 уроком)	$\neg \Pi_1 \cong \Pi_2 \vee \Pi_3 \vee \Pi_4$
	$\neg \Pi_2 \cong \Pi_1 \vee \Pi_3 \vee \Pi_4$
	$\neg \Pi_3 \cong \Pi_1 \vee \Pi_2 \vee \Pi_4$
	$\neg \Pi_4 \cong \Pi_1 \vee \Pi_2 \vee \Pi_3$
Два разных учебных предмета не могут стоять в расписании одним уроком	$M_1 \wedge X_1 \cong 0,$ $M_2 \wedge X_2 \cong 0,$...
Учебный предмет входит в расписание только один раз	$\Pi_1 \wedge \Pi_2 \cong 0,$ $\Pi_2 \wedge \Pi_3 \cong 0,$...

Используя законы алгебры высказываний и сформулированные требования, упростим высказывания – пожелания:

Высказывание	
$M_1 \rightarrow (\neg \Phi_3 \wedge (X_2 \vee X_4))$	$\equiv \neg M_1 \vee (\neg \Phi_3 \wedge (X_2 \vee X_4)) \equiv \neg M_1 \vee ((\neg \Phi_3 \wedge X_2) \vee (\neg \Phi_3 \wedge X_4)) \equiv$ $\equiv M_2 \vee M_3 \vee M_4 \vee ((\Phi_1 \vee \Phi_2 \vee \Phi_4) \wedge X_2) \vee ((\Phi_1 \vee \Phi_2 \vee \Phi_4) \wedge X_4) \equiv$ $\equiv M_2 \vee M_3 \vee M_4 \vee (\Phi_1 \wedge X_2) \vee (X_2 \wedge \Phi_4) \vee (\Phi_1 \wedge X_4) \vee (\Phi_2 \wedge X_4)$
$\neg \Phi_1 \rightarrow (M_1 \wedge X_2)$	$\equiv \Phi_1 \vee (M_1 \wedge X_2)$
$\neg \Phi_2$	$\equiv \Phi_1 \vee \Phi_3 \vee \Phi_4$
$\Phi_1 \rightarrow \neg X_2$	$\equiv \neg \Phi_1 \vee (X_1 \vee X_3 \vee X_4) \equiv$ $\equiv \Phi_2 \vee \Phi_3 \vee \Phi_4 \vee X_1 \vee X_3 \vee X_4$
$\neg X_4$	$\equiv X_1 \vee X_2 \vee X_3$
$\Gamma_1 \vee \Gamma_2 \vee \Gamma_3 \vee \Gamma_4$	

Учёт всех пожеланий соответствует операции конъюнкции, которую, осуществим по действиям – в таблице и далее эти действия пронумерованы:

3) конъюнкция результатов 1) и 2) с учётом требований к составлению расписания даст ненулевые компоненты только в случае различных переменных и различных индексов:

$$[\Phi_1 \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)] \wedge [X_1 \vee X_3 \vee (X_2 \wedge \Phi_3) \vee (X_2 \wedge \Phi_4)] \equiv$$

$$\equiv (\Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)$$

4) конъюнкция первого высказывания и результата 3) с учётом требований к составлению расписания даст ненулевые компоненты только в случае различных переменных и различных индексов:

$$[M_2 \vee M_3 \vee M_4 \vee (\Phi_1 \wedge X_2) \vee (X_2 \wedge \Phi_4) \vee (\Phi_1 \wedge X_4) \vee (\Phi_2 \wedge X_4)] \wedge [(\Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)] \equiv$$

$$\equiv (M_2 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_4 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (X_2 \wedge \Phi_4 \wedge M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4) \equiv$$

$$\equiv (M_2 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_4 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)$$

5) конъюнкция последнего высказывания и результата 4) с учётом требований к составлению расписания даст ненулевые компоненты только в случае различных переменных и различных индексов:

$$[\Gamma_1 \vee \Gamma_2 \vee \Gamma_3 \vee \Gamma_4] \wedge [(M_2 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_4 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)] \equiv$$

$$\equiv (M_2 \wedge \Phi_1 \wedge X_3 \wedge \Gamma_4) \vee (M_4 \wedge \Phi_1 \wedge X_3 \wedge \Gamma_2) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4 \wedge \Gamma_3) \equiv$$

$$\equiv (\Phi_1 \wedge M_2 \wedge X_3 \wedge \Gamma_4) \vee (\Phi_1 \wedge \Gamma_2 \wedge X_3 \wedge M_4) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Gamma_3 \wedge \Phi_4)$$

Ответ. Возможны три варианта расписания:

Номер варианта \ Номер урока	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	Физика	Физика	Математика
2	Математика	География	Химия
3	Химия	Химия	География
4	География	Математика	Физика

Задача 2. Для полярной экспедиции из восьми претендентов А, В, С, D, Е, F, G, Н надо отобрать шесть специалистов: биолога, гидролога, синоптика, радиста, механика и врача. Обязанности биолога могут выполнять Е и G, гидролога – В и F, синоптика – F и G, радиста С и D, механика – С и Н, врача – А и D. Хотя некоторые претенденты владеют двумя специальностями, в экспедиции каждый может выполнять только одну. Кого и кем следует взять в экспедицию, если F не может ехать без В, D – без Н и без С, С не может ехать одновременно с G, а А не может ехать вместе с В?

Решение (выполняется в ходе коллективной работы).

Составим логическую (на языке алгебры высказываний) математическую модель задачи, для чего переведем на этот язык требования к участникам экспедиции.

Требования	Высказывание	Упрощённое равносильное высказывание
F не может ехать без В	$F \rightarrow B$	$\neg F \vee B$
D не может ехать без Н и без С	$D \rightarrow (H \wedge C)$	$\neg D \vee (H \wedge C)$
С не может ехать одновременно с G	$\neg C \vee \neg G$	
А не может ехать вместе с В	$\neg A \vee \neg B$	
Едут 6 человек	конъюнктивный одночлен не может содержать более двух отрицаний	

Учёт всех пожеланий соответствует конъюнкции:

$$(\neg F \vee B) \wedge (\neg D \vee (H \wedge C)) \wedge (\neg C \vee \neg G) \wedge (\neg A \vee \neg B) \cong [(\neg F \wedge \neg D) \vee (B \wedge \neg D) \vee (\neg F \wedge H \wedge C) \vee (B \wedge H \wedge C)] \wedge [(\neg C \wedge \neg A) \vee (\neg G \wedge \neg A) \vee (\neg C \wedge \neg B) \vee (\neg G \wedge \neg B)] \cong$$

Согласно последнему требованию и определению нуля ($\neg X \wedge X = 0$) эта конъюнкция равносильна высказыванию:

$$(B \wedge H \wedge C) \wedge (\neg G \wedge \neg A) \cong B \wedge H \wedge C \wedge \neg G \wedge \neg A,$$

которое означает, что едут все, кроме G и А.

Выясним, какие обязанности предстоит выполнять членам экспедиции.

Согласно условию:

В – гидролог

С – радист, механик

D – радист, врач

Е – биолог

F – гидролог, синоптик

Н – механик

Итак, у нас есть гидролог В, биолог Е и механик Н. вычеркнем эти специальности из обязанностей других участников экспедиции, получим:

В – гидролог

С – радист, механик

D – радист, врач

Е – биолог

F – гидролог, синоптик

Н – механик

Продолжая аналогичным образом, получаем

В – гидролог
С – радист
D – радист, врач
Е – биолог
F – синоптик
H – механик

Ответ. В экспедицию едут гидролог В, радист С, врач D, биолог Е, синоптик F, механик H.

Задача 3. Составь задачу по следующим данным и реши её логическим методом.

Результаты забега: эти три лошади заняли призовые места, не деля между собой ни одного из мест, а все предсказания болельщиков – правдивы.	I место  ?	II место  ?	III место  ?
	«Победит или Ветер или Стрелок» $B_1 \vee C_1 = 1$		
	«Если Ветер будет вторым, то победа достанется Абреку» $B_2 \rightarrow A_1 = 1$		
	«Много вы понимаете в лошадях... Вторым придёт Ветер или Абрек» $B_2 \vee A_2 = 1$		
	«А я вам скажу, что если Ветер придёт третьим, то Стрелок не победит!» $B_3 \rightarrow \neg C_1 = 1$		

$$(B_1 \vee C_1) \wedge (B_2 \rightarrow A_1) \wedge (B_2 \vee A_2) \wedge (B_3 \rightarrow \neg C_1) = 1$$

Дополнительные условия: $A_1 \wedge A_2 \cong A_1 \wedge A_3 \cong A_3 \wedge A_2 \cong \dots \cong 0$

$$A_1 \wedge B_1 \cong A_1 \wedge C_1 \cong B_1 \wedge C_1 \cong \dots \cong 0$$

$$\neg B_2 \cong B_1 \vee B_3,$$

$$\neg B_3 \cong B_1 \vee B_2,$$

$$\neg C_1 \cong C_2 \vee C_3$$

Преобразуем:

$$\begin{aligned} (B_1 \vee C_1) \wedge (B_2 \rightarrow A_1) \wedge (B_2 \vee A_2) \wedge (B_3 \rightarrow \neg C_1) &\cong (B_1 \vee C_1) \wedge (\neg B_2 \vee A_1) \wedge (B_2 \vee A_2) \wedge (\neg B_3 \vee \neg C_1) \cong \\ &\cong (B_1 \vee C_1) \wedge (B_1 \vee B_3 \vee A_1) \wedge (B_2 \vee A_2) \wedge (B_1 \vee B_2 \vee C_2 \vee C_3) \cong \\ &\cong [B_1 \vee ((C_1 \wedge (B_1 \vee B_3 \vee A_1)) \wedge ((B_1 \wedge A_2) \vee B_2 \vee (B_2 \wedge C_3) \vee (A_2 \wedge C_3))] \cong \\ &\cong [B_1 \vee (C_1 \wedge B_3)] \wedge [(B_1 \wedge A_2) \vee B_2 \vee (A_2 \wedge C_3)] \cong (B_1 \wedge A_2) \vee (B_1 \wedge A_2 \wedge C_3) \cong 1 \end{aligned}$$

Интерпретируем результат: на 1 месте – Ветер, на 2 – Абрек, на 3 – Стрелок, то есть

I место	II место	III место
		
Ветер	Абрек	Стрелок

Ответ

Задача 4 (для самостоятельной работы). Шесть спортсменов – Авдеев, Бабушкин, Вакутагин, Гунько, Данилюк, Евсеев – в проходившем соревновании заняли 6 первых мест, причём ни одно место не было разделено между ними. О том, кто какое место занял, были получены такие высказывания:

- 1) Кажется, первым был Авдеев, а вторым Данилюк.
 - 2) Нет, на первом месте был Евсеев, а на втором – Гунько.
 - 3) Вот так болельщики! Ведь Гунько был на третьем месте, а Бабушкин – на четвёртом.
 - 4) И вовсе не так: Бабушкин был пятым, а Авдеев – вторым.
 - 5) Всё вы перепутали: пятым был Данилюк, перед ним – Вакутагин.
- Известно, что в высказывании каждого болельщика одно утверждение истинное, а другое – ложное.

Какое место занял каждый из спортсменов?

Решение.

- 1) Кажется, первым был Авдеев, а вторым Данилюк. $A_1 \vee D_2 = 1$
- 2) Нет, на первом месте был Евсеев, а на втором – Гунько. $E_1 \vee G_2 = 1$
- 3) Вот так болельщики! Ведь Гунько был на третьем месте, а Бабушкин – на четвёртом. $G_3 \vee B_4 = 1$
- 4) И вовсе не так: Бабушкин был пятым, а Авдеев – вторым. $A_2 \vee B_5 = 1$
- 5) Всё вы перепутали: пятым был Данилюк, перед ним – Вакутагин. $B_4 \vee D_5 = 1$

$$(A_1 \vee D_2) \wedge (E_1 \vee G_2) \wedge (G_3 \vee B_4) \wedge (A_2 \vee B_5) \wedge (B_4 \vee D_5) = 1, C_i \wedge C_j = 0, C_i^1 \wedge C_i^2 = 0,$$

$$[(A_1 \wedge G_2) \vee (E_1 \wedge D_2)] \wedge (G_3 \vee B_4) \wedge (A_2 \vee B_5) \wedge (B_4 \vee D_5) = 1$$

$$[(E_1 \wedge D_2 \wedge G_3) \vee (A_1 \wedge G_2 \wedge B_4) \vee (E_1 \wedge D_2 \wedge B_4)] \wedge (A_2 \vee B_5) \wedge (B_4 \vee D_5) = 1$$

$$E_1 \wedge D_2 \wedge G_3 \wedge B_4 \wedge B_5 = 1$$

Ответ. 6 место – Авдеев, 5 место – Бабушкин, 4 место – Вакутагин, 3 место – Гунько, 2 место – Данилюк, 1 место – Евсеев.

Задача 5 (для домашней работы). В санатории на берегу моря отдыхает семья: отец, мать, их сын Сергей и дочери Катя и Даша. До завтрака члены семьи часто купаются в море, причём, известно, что если отец утром отправляется купаться, то с ним обязательно идут мать и сын; если Сергей идёт купаться, то Даша отправляется с ним; Катя купается тогда и только тогда, когда купается мать. Каждое утро, по меньшей мере, один из родителей

непременно купается. Известно, что в то утро купалась в море только одна из дочерей. Спрашивается, кто из членов семьи купался в то утро?

Задача 6. Кто виноват? (театрализованная, для домашней работы).



Финди, Фетри, Пит и Пач

На дворе гоняли мяч.

Чудный день, но как назло, –

Бац! И мяч попал в стекло!

Вышел гневный дядя Билл:

«Отвечайте, кто разбил?»

Финди пискнул: «Это Ферти».

Ферти: «Это Пач! Да-да!!!»

Пит сказал: «Не я, поверьте!»

Пач: «А Ферти врёт всегда...»

Кто ж разбил на самом деле?

На решение – 5 минут:

Сопоставьте заявления

И учтите, трое лгут!

Для начала предположим:

Ферти правду говорит,

Но тогда, выходит тоже,

Что, пойми, не лжёт и Пит.

Предположим, честен Финди...

Так иди за ходом ход.

Не робей! Подумай! Выйдет!

Тот кто ищет, тот найдёт.

Приложение

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ДЕПАРТАМЕНТ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПОЛИТИКИ
В СФЕРЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ПИСЬМО

от 28 октября 2015 г. N 08-1786

О РАБОЧИХ ПРОГРАММАХ УЧЕБНЫХ ПРЕДМЕТОВ

Департамент государственной политики в сфере общего образования Минобрнауки России (далее - Департамент) в связи с участвовавшими обращениями из субъектов Российской Федерации по вопросам составления рабочих программ учебных предметов сообщает.

В соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами (далее - ФГОС) рабочие программы учебных предметов, курсов являются обязательным компонентом содержательного раздела основной образовательной программы образовательной организации.

Рабочие программы учебных предметов, курсов и курсов внеурочной деятельности разрабатываются на основе требований к результатам освоения основной образовательной программы с учетом основных направлений программ, включенных в структуру основной образовательной программы, и должны обеспечивать достижение планируемых результатов освоения основной образовательной программы.

В соответствии с ФГОС рабочие программы отдельных учебных предметов, курсов должны содержать:

- 1) пояснительную записку, в которой конкретизируются цели общего образования с учетом специфики учебного предмета;
- 2) общую характеристику учебного предмета, курса;
- 3) описание места учебного предмета, курса в учебном плане;
- 4) личностные, метапредметные и предметные результаты освоения конкретного учебного предмета, курса;
- 5) содержание учебного предмета, курса;
- 6) тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности;
- 7) описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательной деятельности;
- 8) планируемые результаты изучения учебного предмета, курса.

Педагогическими работниками, как показывает практика, при составлении своей рабочей программы копируется в полном объеме примерная основная образовательная программа (примерная рабочая программа учебного предмета) и объем такой рабочей программы может достигать до 600 страниц. Документ такого объема, безусловно, не может выполнять функцию

эффективного инструмента для учителя и формально является документом, составленным для администрации образовательной организации.

В целях снижения административной нагрузки педагогических работников общеобразовательных организаций Департаментом подготовлены изменения в федеральные государственные образовательные стандарты общего образования в части требований к рабочим программам учебных предметов.

Основными элементами рабочей программы учебного предмета, курса, в соответствии с подготовленными изменениями, являются:

- 1) планируемые предметные результаты освоения конкретного учебного предмета, курса;
- 2) содержание учебного предмета, курса с указанием форм организации учебных занятий, основных видов учебной деятельности;
- 3) календарно-тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы.

Программы курсов внеурочной деятельности должны содержать:

- 1) личностные и метапредметные результаты освоения курса внеурочной деятельности;
- 2) содержание курса внеурочной деятельности с указанием форм организации учебных занятий, основных видов учебной деятельности;
- 3) календарно-тематическое планирование.

Кроме того, авторские программы учебных предметов, разработанные в соответствии с требованиями ФГОС и с учетом примерной основной образовательной программы соответствующего уровня образования, также могут рассматриваться как рабочие программы учебных предметов. Решение о возможности их использования в структуре основной образовательной программы принимается на уровне образовательной организации.

В настоящее время Минобрнауки России также подготовлены изменения в Порядок формирования федерального перечня учебников (далее - Порядок), в том числе в части расширения требований к учебникам. Предполагается, что в федеральный перечень учебников будут включаться учебники, имеющие методическое пособие для учителя, содержащее материалы по методике преподавания, изучения учебного предмета (его раздела, части) или воспитания; в том числе примерную рабочую программу учебного предмета, разработанную в соответствии с требованиями ФГОС.

До вступления в силу указанных изменений во ФГОС и Порядок с Рособрнадзором достигнута договоренность о снижении требований к рабочим программам учебных предметов в ходе контрольных мероприятий, проводимых органами контроля (надзора) на территории субъектов Российской Федерации.

Департамент просит довести указанную информацию до сведения руководителей общеобразовательных организаций.

Пилипенко Василина Васильевна

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС
«ЛОГИКА В ЗАДАЧАХ»
методическая разработка

На обложке репродукция картины Фредерика Гудалла «Арабская школа»