

5.10.2015



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
КРУЖОК

КОМБИНАТОРИКА ВОКРУГ НАС

Методическая разработка | Пилипенко В.В.

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО КРУЖКА
«КОМБИНАТОРИКА ВОКРУГ НАС»
для учащихся 1-6 классов**

№ занятия	Дата проведения	Содержание занятия	Примечание
1(17)	15 января 2016	Понятие комбинаторной задачи. Первые комбинаторные задачи и их решение.	
2(18)	22 января 2016	Комбинаторные игры со словами и фигурами.	
3(19)	29 января 2016	Комбинаторные соединения. Решение комбинаторных задач с использованием дерева вариантов.	
4(20)	5 февраля 2016	Игра-путешествие.	Решение разнообразных комбинаторных задач
5(21)	12 февраля 2016	Как человек без математики жил?	Дальнейшее развитие умения решать комбинаторные задачи различными методами и знакомство учащихся с элементами гуманитарного знания, связанного с математикой
6(22)	19 февраля 2016	Обобщение рациональных приёмов систематического перебора.	Правило суммы и правило произведения. Применение комбинаторных формул без их обозначения (для подсчета числа сочетаний, размещений и перестановок).
7(23)	26 февраля 2016	Применение комбинаторных формул для решения задач.	
8(24)	5 марта 2016	Лотерея «Угадай и реши»	Занятие по закреплению изученного материала в игровой форме.
8(25)	12 марта 2016	Чему мы научились?...	Обобщение изученного материала. На этом занятии ребята вспоминают самые интересные задачи и способы их решения, поэтому весь наглядный, иллюстративный и раздаточный материал, а также стенгазеты и прочее должны быть представлены воочию, для всеобщего обозрения

Занятия математического кружка желательно проводить один раз в неделю.

В развитии детей возраста 7-12 лет большую роль играют задачи, формирующие комбинаторный стиль мышления. Наиболее характерной чертой такого мышления является целенаправленный перебор определённым образом ограниченного круга возможностей при поиске решения задачи.

В ряде исследований психологов и методистов показано, что элементы комбинаторики вполне можно ввести в начальное обучение; это не требует никаких дополнительных знаний, кроме хороших навыков счета.

В основе системы обучения решению комбинаторных задач лежат следующие принципы:

- психологическое содержание обучения составляет стратегия развития гибкости мышления детей (следование этапам её формирования);
- обучение с учётом стратегии интериоризации (первоначальное выполнение заданий в практической деятельности, затем перенесение практических действий через речевые в план умственных действий);
- тесная связь содержания комбинаторных заданий с основным содержанием начального курса математики в соответствии с образовательными стандартами для дошкольного и младшего школьного возраста;
- последовательное использование метода перебора с целью обучения рациональным приемам систематического перебора как основы для введения в дальнейшем комбинаторных правил и формул.

Один из факторов повышения эффективности развивающего обучения математике связан с тем, какие задачи предлагаются для решения, каковы их потенциальные дидактические возможности и насколько продуктивна методика работы с ними. В этом смысле заслуживают внимания задачи, допускающие не одно возможное решение, а несколько. Здесь имеются в виду не разные способы нахождения одного и того же ответа, а существование разных решений- ответов и их поиск. Особенностью данных задач является то, что их решения не укладываются в рамки обычной схемы. Такие задачи не сковывают детей жесткими рамками одного решения, а открывают им возможность для поисков и размышлений. Сложность комбинаторных задач заключается в том, что при их решении должна быть выбрана такая система конструктивного перебора, которая давала бы полную уверенность в том, что рассмотрены все возможные случаи (без повтора комбинаций).

Перебор всегда осуществляется по какому либо признаку (свойству) объектов и напрямую связан с операцией классификацией объектов. Поэтому важным элементом готовности ребёнка к овладению способами решения комбинаторных задач является его умение выделять различные признаки предметов, классифицировать множества одних и тех же объектов по различным основаниям.

В основе комбинаторных действий, в частности перебора всех возможных вариантов, лежат действия с конечными множествами. Объективный анализ ситуации, описанной в комбинаторной задаче, и правильное выполнение операций с множествами, о которых идет речь в задаче, предполагают:

- владение на достаточно высоком уровне логическими и теоретико-множественными понятиями («некоторый», «все», «каждый», «множество», «элемент множества», «часть», «целое»);
- понимание смыслов союзов-связок «и», «или»;
- умение устанавливать (выявлять) заданные отношения между элементами множеств и между множествами.

Целенаправленная пропедевтическая работа позволяет подготовить детей к знакомству с комбинаторными задачами. Сначала такие задачи решаются на основе практических действий путём перебора. Перебор может предусматривать обнаружение как всех возможных комбинаций с объектами, так и лишь их части, удовлетворяющей условиям задачи.

Работу над задачей проводят в игровой форме, применяют самый разнообразный наглядный материал: детские кубики, разноцветные кружочки, квадратики и другие геометрические фигуры, коллекции игрушек (собираемых детьми), цветные фломастеры, бусы, природный материал (шишки, листья, и прочее) и т.д.

Занятие 1

Задание 1. «Компот для Маши» (по мотивам сказки «Маша и медведь»). Класс делится на три группы, которые рассаживаются каждый за «свой» стол. На столах приготовлены фигурки разного цвета и размера: три яблока и две груши.

Обыгрывается сюжет: на занятие математического кружка пришли герои сказки (Маша и три медведя), которые просят «сварить» для них разные компоты. Каждому медведю нужно приготовить свой компот из четырёх фруктов: яблок и груш.

Каждая группа решает задачу с помощью перебора различных комбинаций данных фигур; результаты зарисовываются. Группы сверяют получившиеся результаты и заслуживают таким образом похвалу медведей (это ученики среднего звена, которые могут встать во главе групп) и особенно Маши (которая угощает всех настоящими яблоками и грушами). Гости уходят, а учитель предлагает другую проблему для решения.

Задание 2. «Панно для мамы». Составить эскиз панно из расположенных в ряд двух красных и трёх синих элементов. Каждой группе даются свои элементы (например, I группе – цветы, II группе – круги, III группе – треугольники) и заготовка для панно.

Прежде чем группы приступят к изготовлению панно в ходе коллективной беседы выделяем ряд требований к решению:

1) чтобы сделать красивое панно надо, изо всех возможных вариантов выбрать понравившийся каждому;

2) «На вкус и цвет товарищей нет»; каждому может понравиться «своё» расположение фигурок на заготовке, поэтому надо зарисовать все и выбрать понравившийся.

Таким образом, мотивируется и стимулируется работа по поиску всевозможных вариантов.

При работе над проблемой в каждой группе должен наметиться план решения:

1) составить наборы из пяти кружков – двух красных и трёх синих;

2) составить наборы так, чтобы каждый последующий отличался от предыдущего порядком расположения кружков;

3) указать все возможности упорядочения фигур и таких наборах.

Наиболее трудными оказывается третий этап решения. Когда ученики с ним справляются, перед ними возникает более сложная задача:

4) показать, что уже больше невозможно обнаружить не одного набора, отличающегося от предыдущих. Наиболее доступным для детей способом ответа на этот вопрос является построение дерева возможностей. Однако к созданию рисунка, иллюстрирующего всё разнообразие наборов, школьники приходят в ходе коллективного обсуждения проблемы: есть ли способ более быстрого и менее трудоёмкой записи (зарисовки) всего множества наборов?

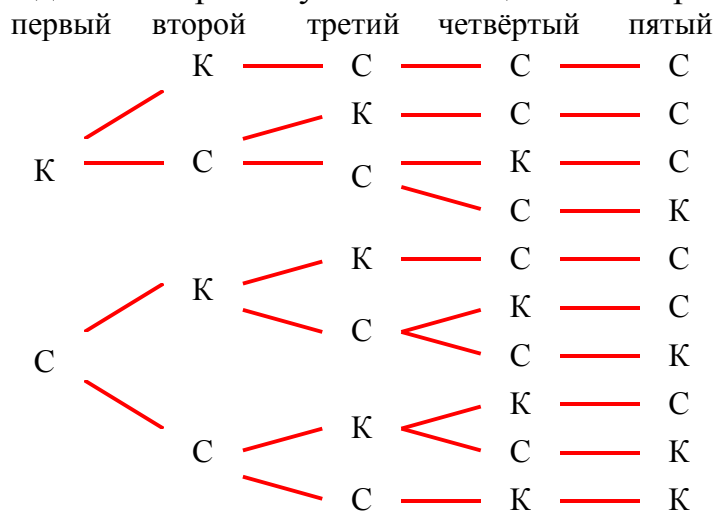
Гипотезы выдвигаемые учащимися во время дискуссии могут быть такими:

- рисовать всегда цветной кружок (он заменит любой нужный элемент);
- использовать не два цвета (две ручки), а один: заштрихованный кружок передаёт красный цвет, а не заштрихованный, то есть «прозрачный» – синий цвет;
- кружочки не заштриховывать, а писать в них букву, означающую цвет элемента панно: (к) – красный, (с) – синий;
- можно вообще обойтись без кружочка, а просто «писать» соответствующую букву «к» или «с», тогда наше панно – линия с пятью «нанизанными» на ней буквами.

Так постепенно в тетрадях у учащихся появляется схема, вводится понятие «дерево вариантов», где каждая ветвь обозначена набором букв КССС, КСКСС, КСККС, КСССК, СККСС, СКСКС, СКССК, СКККС, ССКСК, ССССК.

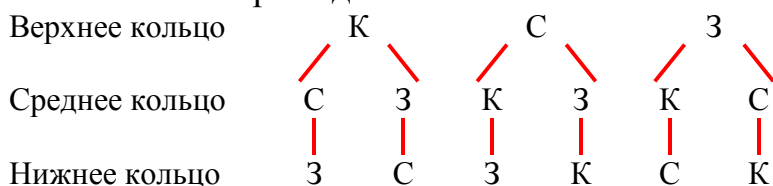
Кроме того, ученики быстро выделяют «симметричные», а значит наиболее красивые композиции КСССК и СКСКС и делают эскизы панно.

Если кто-то из детей выбрал иную композицию – его право!



Для домашнего исследования предлагается следующая задача.

Задание 3. «Игрушка для малыша». Нужно порадовать младшего брата или сестрёнку и поиграть с ними в «пирамидку» (у пирамидки три кольца): составлять различные пирамидки. Какими они будут? Найти все способы составления пирамидки.



Как измениться результат, если у пирамидки 4 кольца?

Как измениться результат, если создавать только конические пирамидки (по возрастанию, убыванию площади колец)?

Занятие 2

Начинается с обсуждения «домашней» задачи «Игрушка для малыша». Ученики демонстрируют свои решения. Принимается любой способ результативности: рисунки, стилизованные рисунки-кружки, схемы. По представленным формам результативности можно провести диагностику сформированности (уровня развития) комбинаторного мышления. Если большая часть детей представила решение рисунками пирамидок (у них отсутствует теоретический анализ мысленно выделить структуру изменяемого объекта), то второе занятие целесообразно посвятить развитию комбинаторного (на основе наглядно-образного) мышления: задания 4-7.

Если же все дети решали задачу, используя схемы (дерево вариантов), то например, задание 7 можно решать в игровой форме: комбинаторная эстафета «Фабрика».

Кроме того, следует принять во внимание, что учащимся этого возраста трудно сконцентрировать свое внимание на одном виде деятельности, поэтому следует чередовать виды деятельности при решении четырех предложенных нами заданий, например, так

задание 4 – индивидуально самостоятельная работа с использованием сигнальных карточек,

задание 5 – коллективная (при наличии 8 человек) работа,

задание 6 - фронтальная работа,

задание 7 – игра-соревнование двух команд.

Задание 4 «Наборщик».

Владение словом – инструментом общения, мышления – неоценимое богатство. Каждое новое, осмысленное, запомненное слово как драгоценный камушек в сокровищнице человека. Ребенок, в словарном запасе которого мало слов, теряется в сложном мире, беднеет духовно. Замечено страшное явление современности – замена истинных слов сленгом, набором стертых канцеляризм, вульгаризмов. Избыток бранных слов, грязная матерщина – показатель скудости человека, его ограниченности. Каждое слово имеет свою

понятийную или смысловую основу. У каждого – свое звучание (ударение, интонационный смысл, музыка).

Детям абсолютно необходимы игры, специальные упражнения на слова, про слова, со словами.

Предлагаемая игра направлена на пополнение индивидуального словарного запаса, развитие навыков комбинаторного мышления, улучшение скорости мыслительных процессов, развитие навыков орфографии и улучшение качества письменных работ.

Игра состоит в следующем: участники (чем больше детей, тем интереснее) выбирают по общему согласию какое-нибудь слово, состоящее из многих букв с несколькими гласными, например: накопление, концентрация, предписание, избирательность и др. Каждый участник записывает это слово на листке бумаги.

Задание: Составить как можно больше слов из букв выбранного слова за ограниченное время (5-10 минут).

При этом надо соблюдать следующие правила:

- писать можно только имена существительные в именительном падеже единственного числа,
- во множественном числе слово допускается, только в том случае, если у него нет единственного числа, например: сани, сени,
- название городов, рек, государств и другие собственные имена писать нельзя,
- каждое производное слово должно быть составлено только из тех букв, которые есть в первоначальном слове.

Например, предположим, выбрано слово «приказание». Из букв этого слова можно составить слова: *запинка, нарезка паникер, признак, резинка каприз, икание, парник, перина, арена, аркан, нерпа, парик, казна, заяка, знак, икра, кара, карп, кран, крен, кипа, рана, река, низ, паз, пик, пир, рак* и другие.

По истечении отведённого времени всё разом прекращают составление слов и каждый ученик подсчитывает, сколько слов им написано. Тот, у кого окажется больше слов, первым зачитывает их. Если какое-нибудь слово встречается у других, хотя бы у ещё одного участника, то все вычёркивают это слово из своих списков. Потом читает участник, следующий по количеству написанных слов. Повторяющие слова каждый раз вычёркивают. Выигрывает тот, у кого останется больше всего слов.

Задание 5. «Анаграммы телепередач».

Анаграммы – это пары слов, которые отличаются друг от друга тем, в них переставлено местами несколько букв или это одно и то же слово, но прочитанное в обратном порядке. Анаграммы интересно подбирать, а чтобы сделать разгадывание анаграмм более интересным, их можно зашифровать, подобно загадкам, а можно зарифмовать.

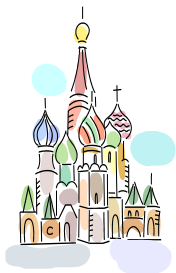
а) «Вокруг света». Из каждой пары приведённых слов путём перестановки букв нужно составить название крупных городов:

СОМ + КВА	(Москва)	АРЕСТ +БУХ	(Бухарест)
АВА+СОРТ	(Саратов)	ТЕПЕР + ГРУБ	(Петербург)

БЕРН + ИЛ (Берлин)
ПА + ЖИР (Париж)

МЕРА + НОЛЬ (Монреаль)
ДНО + РОГ (Гродно)

По окончании решения учащихся просят найти (угадать) «отгаданный» город на открытке.



б) «В мире животных» Из приведённых слов путём перестановки букв составить название животного, птицы или растения.

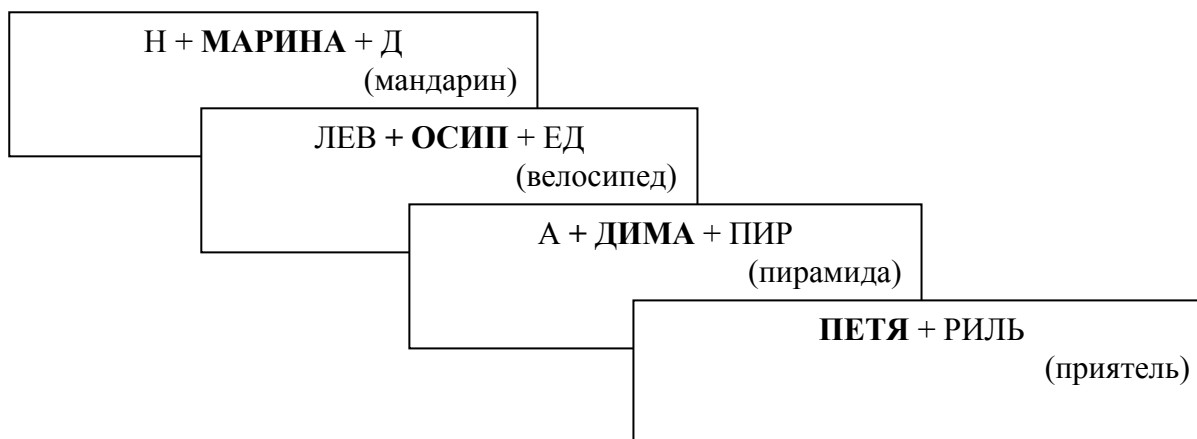
ЛИПА + НОТА (Антилопа) ПЕРО + ЛАД (Леопард)
ЛИК + ПЕНА (Пеликан) ТАК + СУК (Кактус)
ЛИК + РОК (Кролик) ПОЙ + ПУГА (Попугай)
ФА + ГНОМ + ИЛ (Фламинго) ИДЕЯ + ХОР (Орхидея)

По окончании решения каждый ученик берёт со стола учителя открытку, и рассмотрев её и узнав изображённое животное (растение), убеждается в правильности решения задачи.

Если ученикам понравится разгадывать анаграммы, можно предложить в качестве домашнего задания составить «анаграмму для друга», то есть зашифровать любое слово так, чтобы в шифровке значилось имя друга, например, СВЕТА + НИЗ + ЧТОСЬ (Застенчивость)

ОЛЯ + БОК (Яблоко)

Необходимо проследить, чтобы на следующий урок каждый ученик получил анаграмму «от друга».



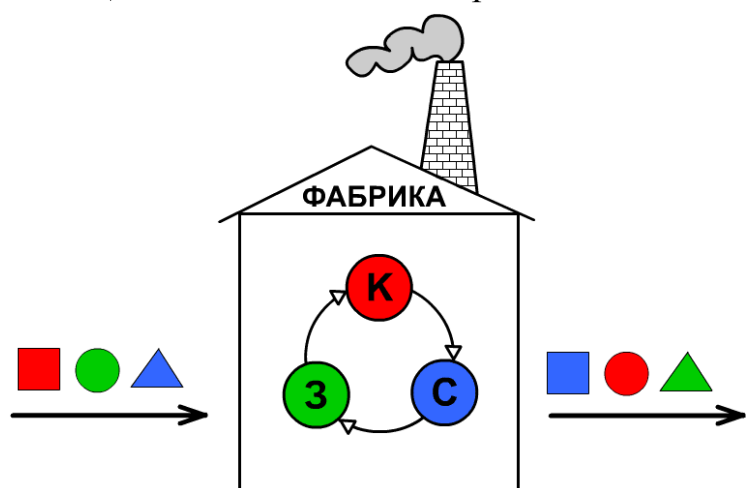
Если в коллективе уже выделился лидер, и есть опасение, что лидер получит несколько анаграмм, а некоторые ученики – ни одной, то лучше, чтобы каждый учащийся зашифровал указанным способом своё имя. Тогда на следующем уроке ребята выбирают наугад какую-либо карточку («от друга») и отгадывают, что в ней зашифровано.

Задание 6. Анаграммы-загадки.

<p>Меня найдёшь на корабле, Я – слово, издавна знакомое. Но буквы переставь во мне – И ты получишь насекомое. (Корка – комар)</p>	<p>По дороге, по пути Весело качу, А с конца меня прочти – Нож я наточу. (Колесо – оселок)</p>
<p>Задачу ты решишь свободно: Я небольшая часть лица. Но если ты меня прочтёшь с конца – Во мне увидеть можно что угодно. (Нос – сон)</p>	<p>Лежу я на земле, Прибитая к железу. Но буквы переставь – В кастрюлю я полезу. (Шпала - лапша)</p>
<p>Случайно, может быть, катались Когда-нибудь во мне и Вы: Мои колёса быстро мчались По улицам былой Москвы. Но если бы двум буквам место Переменили вы во мне То я взлетела б сильным треском В ночной небесной тишине. (Карета – ракета)</p>	<p>Легко дыша в моей тени, Меня ты летом часто хвалишь, Но буквы переставь мои – И целый лес ты мною свалишь. (Липа - пила)</p>

Задание 7. «Фабрика»

Цель данного задания – развитие комбинаторного мышления.

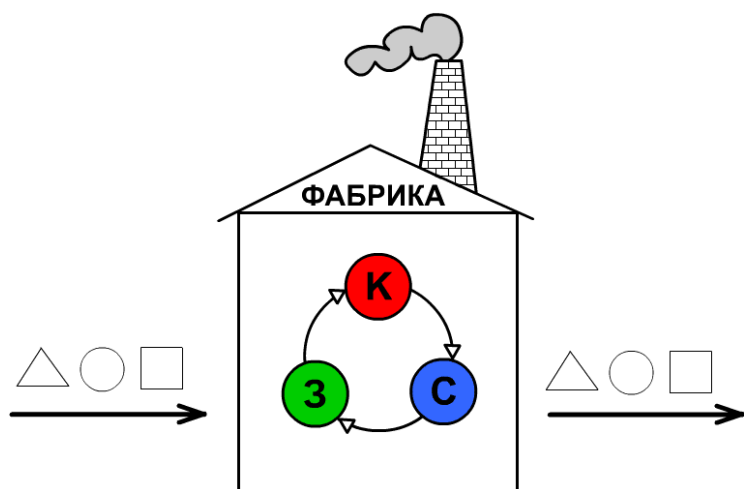


Выполнение задания учитель предваряет мотивационной установкой: «Сейчас мы будем играть в игру, которая называется «Фабрика» в нашей «фабрике» имеются необычные «машины» изменяющие цвет фигур, форму фигур и величину. Вот пример машины, изменяющий цвет фигур: Данная машина меняет красный цвет на синий (см. указания

стрелочек), синий на зелёный, а зелёный цвет на красный. В неё на «входе» поступил синий треугольник, а на «выходе» получился зелёный треугольник, поступил зелёный круг – получился красный круг, красный квадрат превратился в синий квадрат».

Задание: определить, какие фигуры получатся после «переработки» (преобразования)

1. Во всех заданиях, где есть машины, изменяющие цвет фигур, на «входе» должны быть нарисованы закрашенные геометрические фигуры. Учитель,



прежде чем предложить задание учащимся, должен закрасить их в любой из трёх участвующих в игре цветов (красный, синий или зелёный).

2. Два других типов машин (изменяющих форму и размер) действуют по аналогичному принципу. На них стрелками показано, какие фигуры и как должны измениться.

3. В некоторых заданиях одновременно встречаются две и даже три машины. Это значит, что ученик должен выполнить по отношению к фигурам последовательно несколько действий, например, изменить фирму и цвет фигуры или форму и размер и т.п.

Данное упражнение можно включать в различные эстафеты, конкурсы, а также тесты на развитие математического мышления.

Каждое задание учащийся должен выполнять в течение 3-7 секунд (не включая процесс закрашивания).

Более сложная форма задания – устное обозначение некоторого преобразования и устное же решение поставленной задачи.

Занятие 3

После обязательной проверки домашней работы можно приступить к дальнейшему изучению способов решения комбинаторных задач.

Предлагаем для решения в группах следующие задания.

Задание 8. Разместите три одинаковые фигурки (Δ, ★, О) на карточке из 5 клеток всевозможными способами.

★	★	★		
---	---	---	--	--

Как правило, сначала работа детей носит чисто практический характер: дети размещают различными способами имеющиеся кружочки на карточке и зарисовывают результаты. Но, на каком-то этапе ученики должны увидеть в этой задаче ранее решённую (задание 2 «Панно для мамы»). В этот момент внимание всего детского коллектива необходимо переключить на обсуждение способа решения задачи, в результате чего договариваемся обозначать буквой «Ф» (Фигурка) клеточку с кружочком, буквой «П» (пусто) пустую клеточку и использовать для решения схему-дерево вариантов. Ответы можно записать так: ФФФПП, ФФПФП, ФФППФ, ФПФФП, ФПФПФ, ФППФФ, ПФФФП, ПФФПФ, ППФФФ.

Некоторые ученики могут отказаться от буквенной записи ответов и предоставить учителю рисунок. Данный рисунок представляет собой таблицу, состоящую из пяти столбцов (условие задачи) и 10 строк (требования и решение задачи). Главное в составлении таблицы: определить количество строк. Поэтому, если ученики подготовлены к восприятию нового способа решения задачи – табличного – рекомендуется этот способ продемонстрировать.

★	★	★		
★	★		★	
★	★			★
★		★	★	
★		★		★
★			★	★
	★	★	★	
	★	★		★
	★		★	★
		★	★	★

Пронумеруем столбцы таблицы слева направо от I до V. Будем заполнять первую строку, рассуждая следующим образом. Пусть в I клетке стоит 0. Осталось 4 клетки и 2 кружка. Зафиксируем положение кружка во II клетке. Тогда останется 3 клетки и 1 кружок, который может располагаться в III, IV или V клеткам. Получим три

варианта расположения: строки 1-3.

Оставим один кружок в I клетке, второй переместим в III клетку (II клетка – пустая), тогда третий кружок может располагаться в IV или V клетке. Получим ещё два варианта расположения: строки 4-5.

Оставим один кружок в I клетке, второй переместим в IV клетку (II и III – пустые), тогда третий кружок разместится в V клетку: строка 6.

Пусть I клетка – пустая, первый кружок во II клетке, а второй кружок – в III клетке, тогда третий кружок расположится или в IV или в V клетке.

	I	II	III	IV	V
1	★	★	★		
2	★	★		★	
3	★	★			★
4	★		★	★	
5	★		★		★
6	★			★	★
7		★	★	★	
8		★	★		★
9		★		★	★
10			★	★	★

Получим ещё два варианта расположения: строки 7-8.

Оставим один кружок во II клетке, а второй переместим в IV клетку (I и III – пустые), тогда третий кружок разместится в V клетке: строка 9.

Пусть I и II клетки – пустые, тогда три кружка

займут III, IV и V клетки: строка 10.

Итак, имеем 10 случаев расположения 3 фигур в 5 клетках.

Следует заметить, что подобный способ решения возможен в том случае, если у детей хорошая математическая (логическая) память. В противном случае следует воздержаться от демонстрации подобного способа решения.



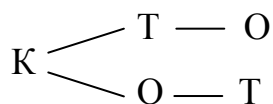
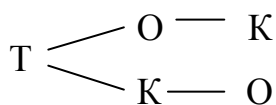
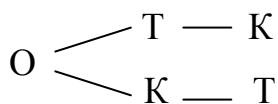
Задание 9. Даны три разные фигурки: Δ , \bigcirc , \blacksquare одного цвета. Разместить их на карточке из трёх клеток так, чтобы

перебрать все возможные варианты расположения.

	I	II	III
1	☺	▲	■
2	☺	■	▲
3	▲	☺	■
4	▲	■	☺
5	■	▲	☺
6	■	☺	▲

Рассуждения учащихся с опорой на дерево вариантов показывают степень формирования новообразования в мышлении – теоретического мышления.

Итак,
 К (квадрат),
 Т (треугольник),
 О (овал)



Ответ: ОТК, ОКТ, ТОК, ТКО, КТО, КОТ.

Задание 10. Разместить три разные фигурки на карточке из 5 клеток так, чтобы перебрать все возможные варианты расположения.

Это задание для коллективного (под руководством учителя) решения. Есть две стратегии её решения.

Первая заключается в том, чтобы осознать и понять факт, что для каждого из 10 вариантов задачи 8, есть 6 вариантов расположения из задачи 10 (то есть всего $10 \cdot 6 = 60$ вариантов расположения). В этом случае в каждом наборе из фигурок Ф и пустых клеток П вместо ФФФ подставляем комбинации из О, Т и К. Получаем, ОТК, ОКТ, ТОК, ТКО, КТО, КОТ.

ОТКПП, ОТПКП, ...

ОКТПП, ОКПТП, ...

ТОКПП, ТОПКП, ...

ТКОПП, ТКПОП, ...

КТОПП, КТПОП, ...

КОТПП, КОПТП, ...

и так далее.

Вторая стратегия заключается в непосредственном решении задачи – выстраивание нового дерева вариантов, при этом желательно выделять пустые клетки – П; в строке их должно быть две.

По окончании работы подсчитывается количество возможных расположений $12 \cdot 3 + 24 = 60$.

Делаются обобщающие выводы:

1) Деревьев вариантов при занятой первой клетке карточки различаются только перестановкой фигур в «занятых» клетках.

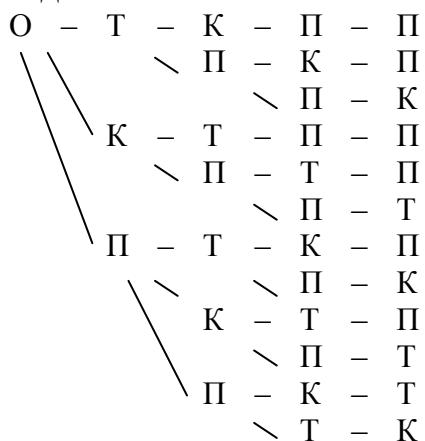
2) Дерево вариантов при пустой первой клетке отличается от других.

3) Четыре дерева вариантов при пустой первой клетке различаются только перестановкой О, Т, К и П.

4) Задачу можно решить если найти сначала все варианты расположения трёх фигур в 5 клетках (задание 8), потом, все варианты перестановок из трёх фигур (задание 9), и, наконец, в каждом варианте расположения трёх фигур в 5 клетках осуществить все перестановки (из трёх фигур).

5) Общий для двух стратегий вывод: из всех комбинаторных соединений мы выделили одно, которому дали название **перестановка**. При перестановке данные различные объекты меняются местами.

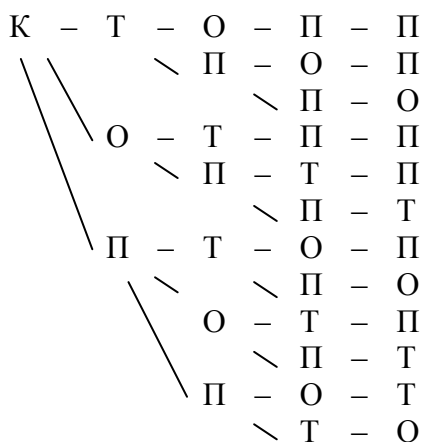
Ниже показан возможный способ оформления учащимися данного задания.



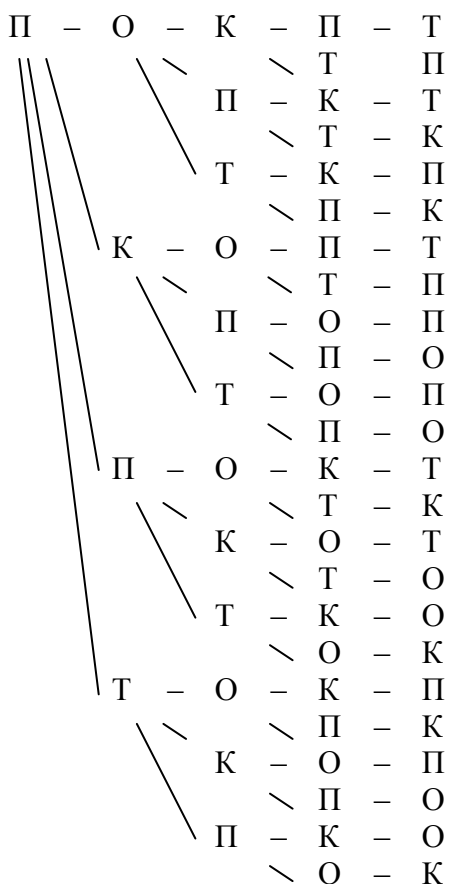
12 вариантов



12 вариантов



12 вариантов



24 варианта

Задание 11. Найти все способы расположения четырёх игрушек (зайчик, мишка, цыплёнок, собачка на кукольном диване – для девочек, 4 разных машинок в гараже – для мальчиков).

Это задание для домашнего решения. Обсуждается способ его выполнения. Выясняется, что это задача на перестановку предметов.

Вторым заданием домашней работы может стать деятельность учащихся по конструированию задач.

Задание 12. Придумайте (и решите) задачу на перестановку предметов. Нарисуйте эти предметы. Какая перестановка на Ваш взгляд наиболее удачна и почему? Ответ зарисовать и пояснить (письменно).

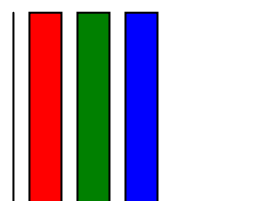
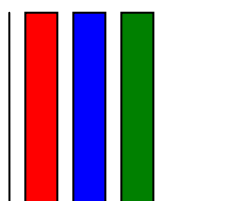
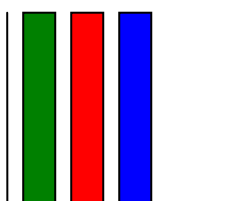
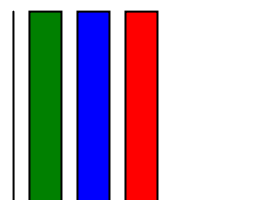
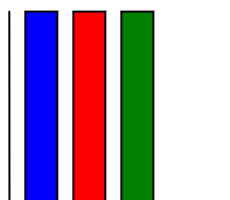
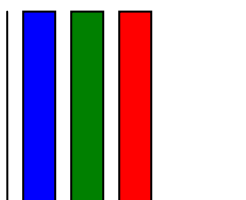
Данное задание подразумевает, что учащиеся будут действовать по следующему образцу.



Задача. У меня на полке стоят три учебника: математика, русский язык и родная речь.



Есть шесть способов их перестановки на полке.



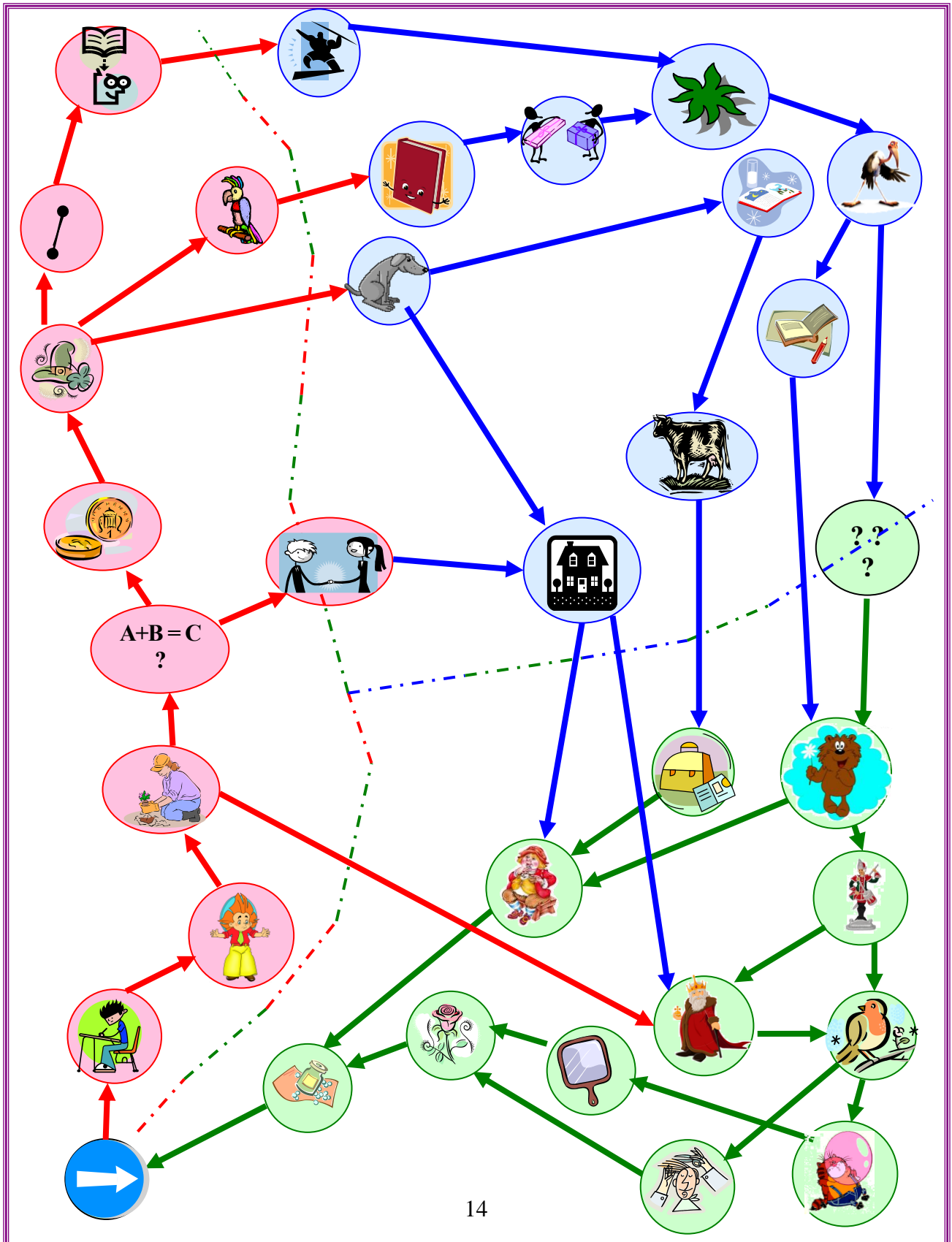
Мне удобнее, когда на полке стоят слева на право: родная речь, русский язык, математика. Потому, что сначала я беру первый справа учебник и делаю математику, потом, второй – русский язык, потом родную речь.

Занятие 4

Занятие начинается с проверки решения задания 11.

Творческие отчёты по заданию 12 составляют «Галерею комбинаторных задач» и вывешиваются на всеобщее обозрение (афиширование).

Далее, учитель предлагает учащимся рассмотреть карту некоего царства-государства, по которому мы будем путешествовать.



В каждом «кружочке» карты – картинка с изображением главного героя сюжета задачи. Аналогичные (только большего размера) круги на столе учителя. На обратной стороне кругов – тексты задач.

Каждый ученик, по очереди бросает кубик и «ведёт по тропинке вперёд» команду, выбирая маршрут. Остановка – задача, которую решает «ведущий», возможно с помощью всей команды. Цель – вернуться «домой» к концу занятия.

Задачи царства VNZ



Задача писаря. Для записи букв в математическом царстве один писарь предложил использовать знаки V, N, Z. Сколько слов он сможет записать с помощью этих знаков, если для записи каждого из них можно использовать только два знака.

Задача Незнайки. Незнайка учил стихотворение С. Михалкова «А что у вас?», но выучил плохо и забыл, кто из мальчиков что делал? Сколько возможных вариантов стихотворения предстоит проанализировать Незнайке, чтобы выбрать из них правильный вариант.



*Кто на лавочке сидел,
кто на улицу глядел,
_____ пел,
_____ молчал,
_____ ногой качал.
Дело было вечером, делать было нечего.*

(С. Михалков)

//Имена мальчиков: Борис, Николай, Толя.



Задача садовника. Царский садовник получил задание от принца составить букеты из пяти цветов: 1,2,3,4 и 5, причём в букете должны быть по 2 разных цветка. Скольким придворным решил принц подарить букеты?

Задача старого математика. Один математик составлял задачи для принца из царства. Математик был стар, и ему было трудно писать. Поэтому он заказал Умельцу изготовить трафарет и карточки к нему. Составляя очередную задачу, математик просто менял карточки на трафарете. Сколько задач

$A+B=C$

- 6
- 15
- 57
- 81

математик составил для царевича?

$((\square + \square) \cdot \square - 123) : 0,3$

Задача привередливого Механика. На станции техобслуживания в царстве механик обнаружил только тех клиентов, которые при помощи пяти монет по 3 рубля и знаков действий могут получить число 100.//
 $33 \cdot 3 + 3 : 3 = 100$



$3 \cdot 3 \cdot 3 + 3 : 3$



Математический фокус Волшебник математического царства с помощью одного лишь действия (деления) угадывает сумму задуманных чисел.

Фокус 1. «Возьмите произвольно три различные цифры, кроме нуля. Составьте из них все возможные трёхзначные числа так, чтобы в каждом числе присутствовали все три цифры. Сложите все трёхзначные числа. Какова их сумма? После этого волшебник называет сумму загадочных цифр».

Фокус 2. «Задумайте трёхзначное число, запись которого не содержит нуля и одинаковых цифр. Из цифр числа составьте всевозможные двузначные числа (без повторения цифр) Найдите сумму этих чисел. Назовите её. После этого волшебник называет сумму цифр задуманного числа.

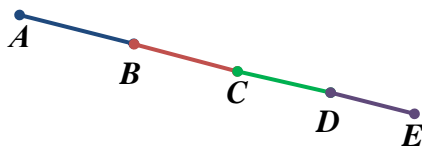
Фокусы 3-4. Загадайте число от 6 до 26. Представьте его в виде суммы различных однозначных чисел (не включая 0) и т.д. В зависимости от уровня подготовленности учащихся, при выборе ими «математического фокуса», можно работать по двум сценариям.

Первый связан с участием ребят в самом фокусе: ученики составляют нужные комбинации, производят сложение. Фокусник (ученик из старших классов) ставит фокус: с делением суммы на 222 (в Фокусе 1) и на 22 (в Фокусе 2) «угадывает» сумму цифр задуманного числа.

Второй сценарий предполагает «разоблачение» мага. Ребятам предлагается выяснить, в чём суть Фокуса.

Фокус 1. Загадаем числа 3, 5, 9. Тогда $3 + 5 + 9 = 17$. Сложим:
 $2 \cdot 300 + 2 \cdot 500 + 2 \cdot 900 + 2 \cdot 30 + 2 \cdot 50 + 2 \cdot 90 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 9 =$
 $= (2 \cdot 300 + 2 \cdot 30 + 2 \cdot 3) + (2 \cdot 500 + 2 \cdot 50 + 2 \cdot 5) + (2 \cdot 900 + 2 \cdot 90 + 2 \cdot 9) =$
 $= 2 \cdot (300 + 30 + 3 + 500 + 50 + 5 + 900 + 90 + 9) =$
 $= 2 \cdot (333 + 555 + 999) =$
 $= 2 \cdot (3 \cdot 111 + 5 \cdot 111 + 9 \cdot 111) =$
 $= \underline{2 \cdot 111 \cdot (3 + 5 + 9) = 222 \cdot (3 + 5 + 9)}$
 $3774 : 222 = 17$

Аналогично разоблачается Фокус 2, Фокус 3, Фокус 4.



Загадочные отрезки. «Сколько отрезков на рисунке?» – спросила Точка у Прямой // 10 отрезков.

Задача Ученика-наоборот.

Сколько способов учиться наоборот есть у сказочного ученика, если он изучает 4 предмета: математику, пение, труд и чтение, и соответственно учится считать, петь, мастерить и читать?



*Он учится наоборот:
на математике поёт,
на пении ворон считает,
а на труде стихи читает!
и получает круглый год
пятёрки, но наоборот!*

Задача друзей



Красота! Красота!
мы везём с собой кота,
чижика, собаку,
Петьку – забияку,
Обезьянку, попугая –
вот компания какая!

С.Михалков)

В поездку можно взять только пару животных. Сколько таких пар можно составить, зная, что кот и собака вместе быть не могут, чижика рядом с котом лучше не находиться, а обезьяна, попугай и петух, если окажутся рядом, затеют драку.

На границе.



На границе царства VNZ и графства Тимбукту все должны обмениваться рукопожатием. Сколько всего рукопожатий было сделано, если на границе встретились 5 человек?

Задачи графства Тимбукту



Тимбуктарь – это букварь графства Тимбукту. Алфавит графства состоит из известных нам 10 букв: А, Б, И, К, М, Р, С, Т, У, Ь. Сколько слов из двух букв в словаре у Тимбуктунцев?



Сад Тимбукту. А в Тимбукту везде растут кокосы, орехи, ананасы, абрикосы... Все растения в Тимбукту имеют названия из трёх букв, причём первая – согласная, вторая – гласная, третья – с. Сколько видов растения насчитывает сад Тимбукту?



Задача Марабу. Все животные в Тимбукту имеют странные названия: все начинаются на букву «М», состоят из 2, 4 или 6 букв, причём III и V буква в названии это «Б» или «Р», а II, IV и V – «А» или «У». Сколько животных в графстве?



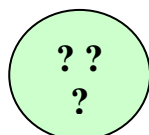
Кто есть кто? Двое ребят ни как не могут перейти границу сказочного графства, так как не могут объяснить пограничнику; кто есть кто. Ребята имеют имена Петя и Миша и фамилии Белов и Чернов. Объясните пограничнику, какую фамилию имеет каждый из мальчиков, если Петя на два года старше Белова?



Задача Му. Му – это корова Сары Барабу. Поедая различные фрукты, она производит чудо-йогурт с двойным вкусом. Какие йогурты Сара Барабу получает к завтраку в сентябре, когда Му лакомится ананасами, персиками, бананами, кокосами и грушами?



Номер дома Сары Барабу. Сара Барабу купила у Дуремара из страны Сказок много табличек с цифрами 1, 2, 3, 4. Сколько двузначных номеров она может составить из этих табличек?



На границе. На границе графства Тимбукту и страны Сказок все должны говорить пароль: сказать своё имя задом наперёд, как в сказке «Королевство кривых зеркал», помните, ОЛЯ становится ЯЛО, ЖАБА – АБАЖ и так далее. Осуществи такую перестановку букв, назови пароль, «Добро пожаловать в страну Сказок!»



Азбука с превращениями

1. **Всех извещает этот лист: «Поёт заслуженный АРФИСТ» // Артист**
2. **Я утром вышел рано-рано, гляжу, пасутся два БАНАНА! // Баран**
3. **Сколько солнца на опушке! На носах у вас ВОЛНУШКИ. // Веснушки**
4. **У Гены – горе: он охрип, его скрутил тяжелый ГРИБ. // Грипп**
5. **Вырос возле гаражей ДОГ в двенадцать этажей. // Дом**
6. **Под Новый год достала Ева с полки, хлопушку, дождь и конфетти для ЧЁЛКИ. // Ёлки**
7. **Живёт у нас дремотное пушистое ЗЕВОТНОЕ // Животное**
8. **Дошкольные годы кончаются – молочные ЗУБРЫ качаются. // Зубы**
9. **Ребята смеются, купаясь в реке, плакучая ИРА стоит вдалеке. // Ива**
10. **Погонь, медали – всё нравится мне, но больше всего КОНУРА на ремне. // Кобура**
11. **Я в детстве не раз ушибался – и ЙОГА в бутылочке боялся. // Йод**
12. **Среди ветвей туман повис, в траву слетает рыжий ЛИС. // Лист**
13. **Смыли на ЗАЙКЕ следы от морковки – придётся теперь повисеть на верёвке. // Майке**
14. **Я узнал, что носит Ваня перочинный НОС в кармане. // Нож**
15. **Живёт КОМАР на дне морском – передвигается ползком. // Омар**
16. **На дорожке налегке ПУДИНГ шёл на поводке. // Пудель**
17. **РЫСАК рыбачил до зари, в ведре плотва и пескари. // Рыбак**
18. **Под снегом, белым, как творог, в укромной норке спит СЫРОК. // Сурок**
19. **Вдруг наступила тишина и мгла: на землю ТУША чёрная легла. // Туча**
20. **У любопытных на макушке торчат внимательные СУШКИ. // Ушки**
21. **Фокусник кролика сунул в кулёк – ФОКСОВ букетик оттуда извлёк. // Флоксы**
22. **Хватает слону и уменя, и опыта едой разживаться при помощи РОБОТА. // Хобота**
23. **От радости матросы пели: Ура! Они достигли МЕЛИ! // Цели**
24. **УАРКИ кружат над волной, в ЧАШЕ слышен волчий вой. // Чайки, чаща**
25. **Лёг петух поспать немножко – ШПОРАМИ прикрыл окошко. Шторы**
26. **Лесорубы лес рубили – вдоль по речке КЕПКИ плыли. // Щепки**
27. **«Пернатые» - учитель задал тему. Я изучаю стаусиху ЭММУ. // Эму**
28. **В тундре оленёнок юркий спал под снегом рядом с ЮРКОЙ. // Юрта**
29. **На пляже – солнце и жара: ЯНВАРЬ искала детвора. //Янтарь**

Алфавит Тимбукту состоит из малого числа букв, и поэтому тимбуктанцам трудно учить иностранные языки. Помогает им в этом Азбука с превращениями, составленная Михаилом Ясновым. Попробуйте и вы вместе с тимбуктанцами, поиграть в слова: «Буквы изменив, сыграй со словом – и увидишь: слово стало новым!»

Скороговорка.



«Купи кипу пик». Гости Сары Барабу разучивали иностранную скороговорку, которую услышали от стражников царства VNZ: «Купи кипу пик». Они так часто ошибались, что Марабу решил провести исследование и выяснить причину ошибок. Оказалось, что гости во втором и третьем словах меняли местами буквы **к** и **п**.

Сколько у гостей было способов произнести скороговорку?

Произнесите данную скороговорку 5 раз подряд.

Получилось? Тогда – вперёд по тропе знаний к следующему заданию.

Не получилось? Штрафное задание: вспомните какие-нибудь скороговорки и произнесите их без запинки!



Жалоба Сары Барабу (или, Кто сказал: «Мяу»?) Прочитайте жалобу, поступившую от Сары Барабу и узнайте, сколько было возможностей у Трезора перепортить всё, что можно.

На дверях весел замок.
 Взаперти седел щенок.
 Все ушли и одного в доме заперли его
 Мы оставили Трезора
 без присмотра, без надзора.
 И поэтому щенок перепортил всё, что мог.
 Разорвал на кукле платье, зайцу вырвал шерсти клоч,
 в коридор из-под кровати наши туфли уволок.
 Под кровать загнал кота – кот остался без хвоста.
 Отыскал на кухне угол – с головой забрался в уголь.
 Вылез чёрный – не узнать.
 Влез в кувшин – перевернулся, чуть совсем не захлебнулся
 и улёгся на кровать спать...
 Мы щенка в воде и мыле два часа мочалкой мыли.
 Ни за что теперь его не оставим одного. (С. Михалков)



На уроке в Тимбукту. Сколько есть вариантов составить предложение из данных трёх слов «Даёт корова молоко»?

Писать красиво не легко:
 «Да-ёт ко-ро-ва мо-ло-ко»
 За буквой буква, к слогу слог.
 Ну хоть бы кто-нибудь помог!
 Сначала «да», потом уж «ёт»,
 Уже написано «даёт»,
 но тут перо бумагу рвёт.
 Опять испорчена тетрадь –
 страничку надо вырывать!
 Страничка вырвана, и вот:
 «Корова молоко даёт, а нужно всё наоборот». (С. Михалков)

Задачи из Тили-мили-трямдии

«Трям!» – это по тили-мили-трямдски, значит «ЗДРАВСТВУЙТЕ!»

Составьте из этого длинного слова («здравствуйте») четыре других: по одному из двух, трёх, четырех и пяти букв. // например: ус, сад, труд, старт.

Шарада Стойкого Оловянного Солдатика



Первая цифра стоит в середине,
 буква с начала и буква с конца.
 В целом леса, города, и равнины,
 к целому полны любовью сердца.
 И коли вражьё, надвинется рать,
 целое будем мы все защищать. // Родина

«Задача Брадобрея». Жил да был Брадобрей, на Земле не найти добрей.



Брадобрей стриг и брил зверей... Как Брадобрею составить очередь из Кошки, Мартышки и Льва так, чтобы в этой очереди никто никого не съел? // ЛЕВ-КОШКА-МАРТЫШКА-МЫШКА или ЛЕВ-МЫШКА-МАРТЫШКА-КОШКА



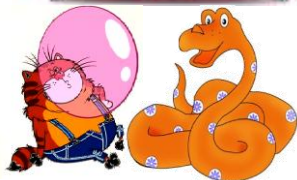
Перевёртыш ОНИК. Что такое ОНИК? Догодались// КИНО

Так вот, вы попали в Королевство кривых зеркал, где для того, чтобы попасть в кинотеатр надо РЕТЕЛЕБу назвать мультфильм или кинофильм. А вот афиша, то есть АШИФА. Прочитайте её на нашем языке.



АШИФА

1. 83 удава // 38 попугаев
2. 21 солнце // 12 месяцев
3. 21 стол // 12 стульев
4. Овца и стая волков // Волк и семеро козлят
5. 51 зимний юнга // 15-летний капитан
6. Человек появляется в полночь // Тени исчезают в полдень
7. Мореплаватели 02 мгновения // Пираты 20 века
8. 71 век осени // 17 мгновений весны)
9. Чёрная луна леса // Белое солнце пустыни



При чём тут йод? Прочти анаграмму. О чём она? «О, Димка и йод!»//Иди домой



Задача Париса. Гера, Афина и Афродита попросили Париса назвать самую красивую из них и указать кто «на втором и третьем» местах. Сколько у Париса есть возможностей для выбора ответа?



Задача Робина-Бобина. У Робина-Бобина 40 соседей. Он решил пригласить двоих из них на обед. Сколько у него способов это сделать?



Птичьи скороговорки. В Тили-мили-трямдии все очень любят скороговорки, даже птицы, которые устроили конкурс «на лучшего скороговорщика». Сколько есть вариантов заграничному гостю Марабу выбрать пару скороговорок из имеющихся для декларации на конкурсе?

Выберите и вы по птичьей скороговорке и быстро-быстро произнесите.

Синичья.

Солнце садиться, струится водица,
птица-синица в водицу глядится.
Чистой водицы синица напьётся –
славно сегодня звонится – поётся!

Галчиная.

Были галчата в гостях у волчат.
Были волчата в гостях у галчат.
Нынче волчата галдят, как галчата,
и как волчата, галчата молчат.

Грачиная.

Грачиха говорит грачу:
«Слетай с грачатами к врачу,
прививки делать им пора
для укрепления пера»
(М. Бородицкая)



Сказочное первенство.

В Тили-мили-трямдии проводится сказочное первенство среди самых знаменитых котов. В финал вышли: кот Леопольд, кот Матроскин, Чучело-мяучило, кот из бременских музыкантов, кот Баюн, Кот в Сапогах и Кот Бубль-Гум. Сколько есть способов выбрать претендентов на призовые 1, 2 и 3 места из перечисленных финалистов.



Дама сдавала в багаж. «..вспомните что именно? К сожалению на этой станции все её вещи были украдены, но доблестная местная полиция согласилась поискать два каких-либо (по выбору Дамы) предмета. Сколько у дамы есть возможностей выбрать два любимых предмета?



Задача короля. Одна колдунья из сказочной страны Тили-мили-трямдии наложила заклятие на короля: «Каждый день тебя будут одолевать два из известных тебе несчастий, и если ты не скажешь, сколько дней нужно для того, чтобы кончилась твоя полоса невезенья(то есть все возможные пары несчастий будут исчерпаны), то твоё королевство исчезнет с лица сказочной земли.

Помогите, королю сосчитать количество всевозможных пар несчастий, посланной злой колдуньей.

Встарь в одной стране восточной

(Где – я не припомню точно)

Жил король на память знавший замечательный стишок.

*Если день случился грустный или ужин был не вкусный,
или нужно было выпить очень горький порошок;*

*Если он грозы пугался, в тронной речи ошибался
или больно ушибался, поскользнувшись на катке;*

*Если он пыхтел от злости, что опаздывают гости,
или попадались кости в королевском пирожке;*

*И когда стреляло в ухе, и когда кусали мухи,
и даров никто не вёз,- чтоб забыть про огорченья*

и повысить настроенье, он шептал себе под нос:

*- шестью шесть- тридцать шесть, разделить на восемь,
два в остатке три в уме, единицу скосим:*

шесть прибавить, семь отнять, что же получаем?

Пятью пять – двадцать пять и ватрушку с чаем!

(А.Милн)

Решение задач

Задача садовника и задача о загадочных отрезках – по сути одинаковы. Приведём образец рассуждений учащегося в процессе решения задачи о загадочных отрезках.

У отрезка есть начало и есть конец. Если левым концом служит точка А, то отрезков с началом в точке А будет четыре – АВ, АС, АД, АЕ. Отрезком с левым концом в точке В будет три – ВС,ВД,ВЕ, с левым концом в точке С два – СД и СЕ, с левым концом в точке Е – один, ДЕ. Всего получится 10 отрезков.

(Следует обязательно пояснить учащимся, что можно указать ещё 10 отрезков: ВА,СА,ДА и тд., но все они совпадут с уже перечисленными.) А можно отрезок свернуть колечком и получится тот же результат.

Задача Ученика-наоборот представлена таблицей и арифметическими действиями:

1) $4 \cdot 4 = 16$ (всего 16 способов делать что-либо на каждом уроке)

Действия Предмет	Счёт	Пение	Мастерить	Чтение
Математика				
Пение				
Труд				
Чтение				

2) $4 \cdot 1 = 4$ (всего 4 соответствующих уроку действий)

3) $16 - 4 = 12$ (действия не соответствующих урокам)

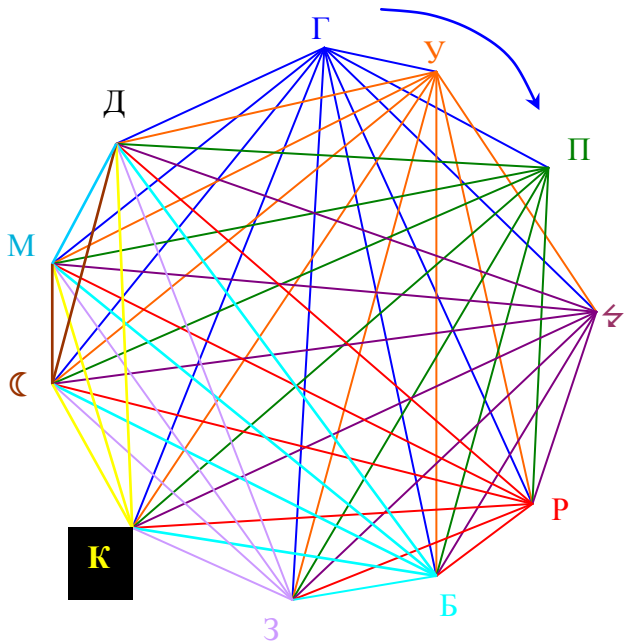
Решение задачи о рукопожатиях на границе. Сначала выясняется, как можно обозначить каждого человека. Рассматривая разные предложения, дети приходят к выводу, что удобнее изображать людей точками. Педагог советует расположить точки по кругу. Дети придумывают, как показать, что два человека пожали друг другу руки. От двух точек навстречу друг другу проводятся чёрточки «руки», которые встречаются, образуют одну линию. Так происходит переход к символическому изображению рукопожатия. Сначала составляются все рукопожатия одного человека (точка соединяется со всеми остальными). Потом переходит к другому человеку. И так действуют до тех пор, пока все не «поздороваются» друг с другом. По получившемуся графу подсчитывается число рукопожатий (их всего 10)

Задача писаря и задача Номер дома Сары Барабу лучше оформить в таблицу аналогичную таблице умножения (матричные таблицы 3x3 и 4x4 соответственно).

	1	2	3	4
1	11	12	13	14
2	21	22	23	24
3	31	32	33	34
4	41	42	43	44

	V	N	Z
V	VV	VN	VZ
N	NV	NN	NZ
Z	ZV	ZN	ZZ

Задача короля. Одна колдунья из сказочной страны Тили-мили-трымдии наложила заклятие на короля: «Каждый день тебя будут одолевать два из известных тебе несчастий, и если ты не скажешь, сколько дней нужно для того, чтобы кончилась твоя полоса невезенья (то есть все возможные пары несчастий будут исчерпаны), то твоё королевство исчезнет с лица сказочной земли.



$$10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=55 \text{ дней}$$

вписывать строку и столбец «ь». Перечеркнём те ячейки таблицы, которые стоят на пересечении согласных. Получаем, что двузначных слов в тимбуктунском словаре:

$$9 \cdot 9 - 5 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 4 = 81 - 25 - 10 - 4 = 81 - 39 = 42.$$

Запишем их в таблицу.

Если задача *Сад Тимбукту* решается после задачи *Тимбуктарь*, то ребята должны догадаться выбрать из таблицы слоги «согласная – гласная», и сосчитать; их будет $6 \cdot 3 = 18$.

Название растений получают путём прибавления к выбранным слогам

	А	Б	И	К	М	Р	С	Т	У
А		АБ	АИ	АК	АМ	АР	АС	АТ	АУ
Б	БА		БИ						БУ
И	ИА	ИБ		ИК	ИМ	ИР	ИС	ИТ	ИУ
К	КА		КИ						КУ
М	МА		МИ						МУ
Р	РА		РИ						РУ
С	СА		СИ						СУ
Т	ТА		ТИ						ТУ
У	УА	УБ	УИ	УК	УМ	УР	УС	УТ	

буквы «с», например, БА+С=БАС, КИ+С=КИС, ТУ+С=ТУС, и так далее.

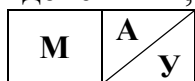
Помогите, королю сосчитать количество всевозможных пар несчастий, посланной злой колдуньей.

Решение *задачи друзей* и *задачи короля* лучше проводить с опорой на граф-схему.

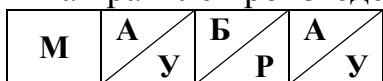
Для решения задачи *Тимбуктарь* тоже используем матричную таблицу. Прежде чем её заполнять, вспоминаем, что слово не может начинаться с «ь», что в слове обязательно должна быть гласная, и что в слове из двух букв эти буквы должны быть разными.

Поэтому, сразу вычеркнем главную диагональ, и не будем

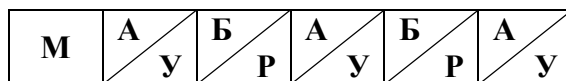
В Задаче Марабу придётся отдельно искать слова, состоящие из 2, 4 и 6 букв. Решение основано на логических рассуждениях и арифметических действиях, то есть на правиле произведения:



1 · 2 = 2 слова



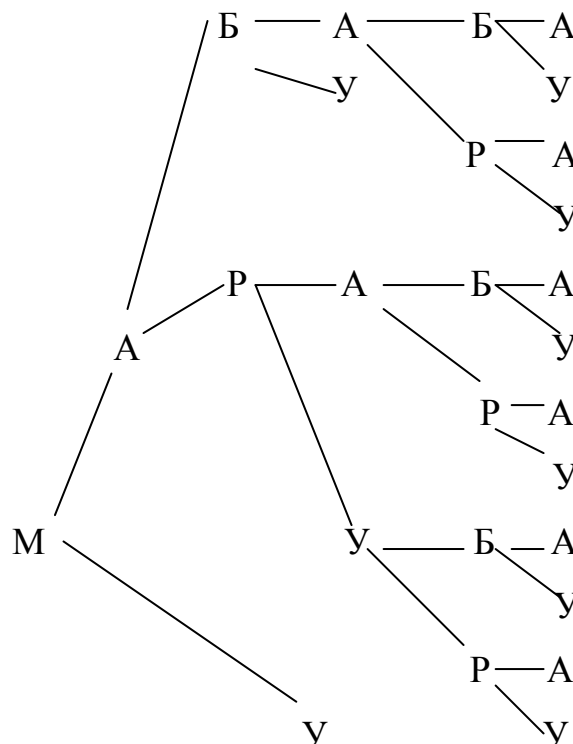
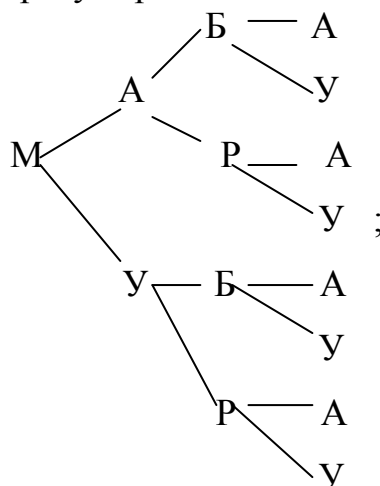
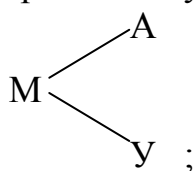
1 · 2 · 2 · 2 = 8 слов



1 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 32 слова.

Итого, 2+8+32=42 слова, 42 вида животных.

Если же ребятам ещё сложно осмыслить цепь рассуждений, прибегаем к привычному уже дереву вариантов.



1 · 2 = 2 слова

1 · 2 · 2 · 2 = 8 слов

1 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 32 слова.

Задача Незнайки решается следующим образом.

ПЕЛ МОЛЧАЛ КАЧАЛ

Б — Н — Т (не в рифму)

Т — Н

Н — Б — Т (не в рифму)

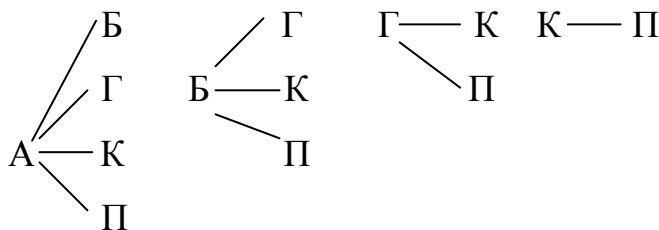
Т — Б (не в рифму)

Т — Н — Б (не в рифму)

Т — Б — Н

В *Задаче Му* мы обнаруживаем, что традиционное дерево вариантов хоть и громоздко, но даёт ответ сразу, а таблица – матрица требует дальнейшего анализа, ведь йогурт со вкусом ананаса и груши это то же самое, что йогурт со вкусом груши и ананаса.

Йогурт	А	Б	Г	К	П
А		А-Б	А-Г	А-К	А-П
Б			Б-Г	Б-К	Б-П
Г				Г-К	Г-П
К					К-П
П					



Кроме того, можно воспользоваться, как в случае с рукопожатьями на границе, и построить граф.

Любой из этих способов даёт перечень йогуртов от коровы МУ: ананасово-банановый, ананасово-грушевый, ананасово-кокосовый, ананасово-персиковый, бананово-грушевый, бананово-кокосовый, бананово-персиковый, грушево-кокосовый, грушево-персиковый, кокосово-персиковый.

Конечно, для решения многих задач, предложенных в нашей игре, дети могут прибегать к практическим действиям: рисовать данные в задаче объекты и каким-либо образом их комбинировать. Важно подвести учеников к необходимости рационализировать перебор возможных вариантов, чтобы необходимость такого рода возникала у каждого ребенка как внутренняя потребность зафиксировать свои рассуждения схематически. Главное, не подталкивать, не торопить детей, дать им время на осмысление каждого обобщения. Тем более это всего лишь игра (конечно с точки зрения обучаемых), а её всегда можно продолжить...

Итак, в ходе разработанного нами занятия идёт не только знакомство с новым способом решения, но и работа над выявлением наиболее рационального решения, и, конечно же, дальнейшее развитие мышления младших школьников.

Занятие 5

Нацелено на дальнейшее развитие умения решать комбинаторные задачи различными методами и знакомство учащихся с элементами гуманитарного знания, связанного с математикой.

Занятие можно классифицировать как интегрированное на закрепление изученного материала. Начинается занятие с сообщения учителя:

– Здравствуйте, ребята! Несколько десятков лет назад была объявлена премия за сочинение на тему «Как человек без математики жил». Премия так и осталась не выданной, т.к. по-видимому, не нашлось сочинителя, который сумел бы описать жизнь человека, лишенного математических представлений. К чему я веду рассказ, вы, наверное, догадались. Из урока в урок я не перестаю повторять, а вы убеждаетесь в том, что наш мир полон математики. И сегодня мы продолжим исследовать на предмет выявления (если можно так выразиться) математики вокруг нас. И речь

пойдёт о вас, а точнее мы исследуем школьный учебный день ученика нашей школы с точки зрения математики.

Я думаю, вы согласитесь со мной, что во всём, прежде всего, важен порядок, в котором есть свои закон и ничего лишнего. И поэтому, я предлагаю вам для концентрации своего внимания примеры, которые приведут ваш ум в порядок. Помните задачу старого Математика, которую мы решали на прошлой игре?

Тогда мы выяснили, что Математик составил 24 задачи для Принца. А теперь выпишем эти задачи и решим две из них одну самую простую, а другую – самую сложную.

Самая простая: $((57 + 15) \cdot 6 - 123) : 0,3 = 1030$

Самая сложная: $((57 + 15) \cdot 81 - 123) : 0,3 = 19030$

Методическое указание. Так как мы практикуем коллективный способ обучения при изучении комбинаторики, то в процессе решения должны принимать участие все ученики класса. Например, первое действие могут выполнять второклассники, второе – третьеклассники, третье – второклассники, четвёртое – ученики 5-6 классов.

Молодцы! мы легко справились с заданием и не забыли правила действия с числами.

Приходя утром в школу и повесив одежду, вы очень часто отправляетесь к расписанию, посмотреть порядок уроков в день. А представьте на миг, чтобы стало в школе, если бы не было расписания. Трудно пришлось бы всем: и детям и учителям. Даже в одном классе и то вряд ли легко решили бы проблему. В помощь тому, кто составляет расписание, решим задачу.

Задача № 1. В 6 классе в среду 5 уроков: география, русский язык, ИЗО, литература, математика. Сколько можно составить вариантов расписания на день, зная что математика – последний урок?

Решение

Закодируем Г – география, Р – русский язык, Л – литература, И – изобразительное искусство, М – математика.

ЛГРИ ГЛРИ РЛГИ ИЛГР

ЛГИР ГЛИР РЛИГ ИЛРГ

ЛРГИ ГРЛИ РГЛИ ИГЛР

ЛРИГ ГРИЛ РГИЛ ИГРЛ

ЛИГР ГИЛР РИЛГ ИРЛГ

ЛИРГ ГИРЛ РИГЛ ИРГЛ

Ответ: 24 варианта

Да, трудно придется тому, кто забудет порядок уроков и, не посмотрев в расписание, захочет правильно заполнить дневник.

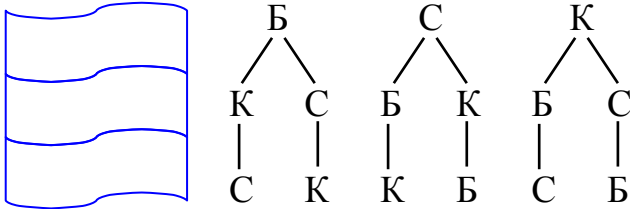
Почему математика в переборе не участвовала?

Заглянем на каждый из уроков: география, русский язык, ИЗО и литературу. И по возможности отыщем на них математические задания. Начнём с географии.

Задача № 2. Несколько стран решили использовать для своего государственного флага символику в виде 3х горизонтальных полос разной ширины, разных цветов – белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны свой флаг?

Решите задачу с помощью дерева возможных вариантов.

Решение.



Варианты БКС, БСК, СБК, СКБ, КБС, КСБ

Ответ: всего 6 вариантов.



Государственный флаг Российской Федерации представляет собой прямоугольное полотнище из трех равновеликих горизонтальных полос: верхней – белого, средней – синего и нижней – красного цвета. Отношение ширины флага к его длине 2:3.



Флаг Словакии представляет собой прямоугольное полотнище с соотношением сторон 2:3, состоящее из трех равновеликих горизонтальных полос - верхней белой, средней синей и нижней красной; изображение герба Словакии на гербе смещено к древку.



Флаг Словении представляет собой прямоугольное полотнище с соотношением сторон 1:2, состоящее из трех равновеликих полос – верхней белой, средней синей и нижней красной. У древка в верхнем углу изображение герба Словении.



Флаг Хорватии представляет собой прямоугольное полотнище с соотношением сторон 1:2, состоящее из трех равновеликих горизонтальных полос – верхней красной, средней белой и нижней синей. В центре полотнища герб Хорватии.



Государственный флаг Сербии представляет собой прямоугольное полотнище, состоящее из трех полос: красной, синей и белой. Соотношение сторон флага 2:3. По центру флага расположен малый герб Сербии.



Флаг Нидерландов представляет собой прямоугольное полотнище с соотношением сторон 2:3, состоящее из трех равновеликих горизонтальных полос – верхней красной, средней белой и нижней синей.



Прямоугольное полотнище, состоящее из трех полос красного, белого и синего цвета. С 1990 года на лицевой стороне изображена национальная эмблема – жёлтая пятиконечная звезда на синем диске, окаймлённая венком и словами «Republica del Paraguay». На обратной стороне изображена печать казначейства Парагвая – символ защиты свободы – изображение льва, охраняющего красный венок свободы. Соотношение сторон 3:5.

Без переменки заглянем на урок русского языка.

Задача № 3. Используя весь русский алфавит, составьте как можно больше двухбуквенных слов, используемых в русском языке. При условии, что при перестановке букв тоже получится слово русского языка. (В одном слове буквы не повторяются).

Решение.

В ходе обсуждения на доске появляется алфавит, класс делится на две группы.

I группа – выписывает слова с гласными: а, е, ё

II группа – выписывает слова с гласными: и, э, у

III группа – выписывает слова с гласными: о, ю, я.

I	II	III
АД, ДА	ИЛ, ЛИ	ОН, НО
АЗ, ЗА	ИМ, МИ	ОТ, ТО
АН, НА	ИН, НИ	ЯЛ, ЛЯ
АХ, ХА	УС, СУ	
	УФ, ФУ	

Методическое указание. При обсуждении ответов, учащиеся могут не выписать следующие слова: АЗ – начальные сведения; ЯЛ – рабочая и учебная корабельная шлюпка; ИН – частица, используемая в начале фразы, может быть

заменена на: ну ладно! пожалуй! так и быть! Например: Ин, сделаю так, как ты хочешь! СУ – старинная французская монета.

Дополнительные задачи.

№ 4. Сколько всего двухбуквенных слов без повторений можно составить из букв В, О, П, Т? Запишите эти слова. Сколько среди них слов русского языка? Подчеркните их.

№ 5. Запишите все трёхбуквенные слова без повторений из букв К, О, Т. Сколько среди них слов русского языка? Подчеркните их.

№ 6. Подберите такие 3 буквы, чтобы среди трёхбуквенных цепочек без повторений из этих букв было 2 слова русского языка.

Как богат, не правда ли, русский язык? Но мы всё больше убеждаемся, что и математика очень интересна и связана с многими науками.

Настало время заглянуть на урок изобразительного искусства.

В последнее время стал распространённым мозаичный стиль в изобразительном искусстве. Его суть в том, что все объекты картины – пересечения некоторых геометрических фигур: треугольников, овалов и так далее. А чтобы графический рисунок был узнаваем, его расцвечивают разными красками так, чтобы все граничащие фигуры (граница – линия) не были одинакового цвета.

Получается очень красивое пёстрое панно как бы сложенное из мозаики.

Соберем свою «мозаику» «Сказочный парк», используя заготовку «дерево» и три цвета: зелёный, жёлтый и оранжевый.

Сколько деревьев будет в нашем парке?

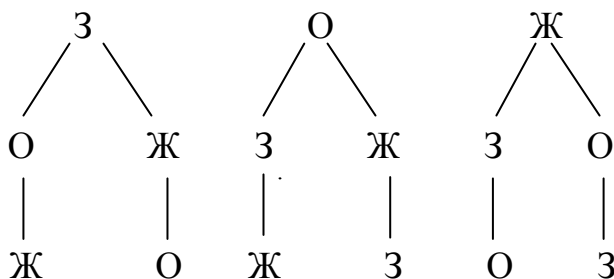
Методическое указание. Сначала выясняем, как будем расцвечивать сказочные деревья? Каждое дерево состоит из центральной детали – ствола и веток и периферийных деталей: крона и лужайка. Центральная деталь пересекается с каждой из периферийных и имеет самопересечения (ствола и веток). Имеем три элемента «мозаики»: ствол, ветки, крона + лужайка, и три цвета для окрашивания элементов, значит всего будет $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ деревьев.

Мы использовали правила произведения, а можем воспользоваться деревом вариантов.

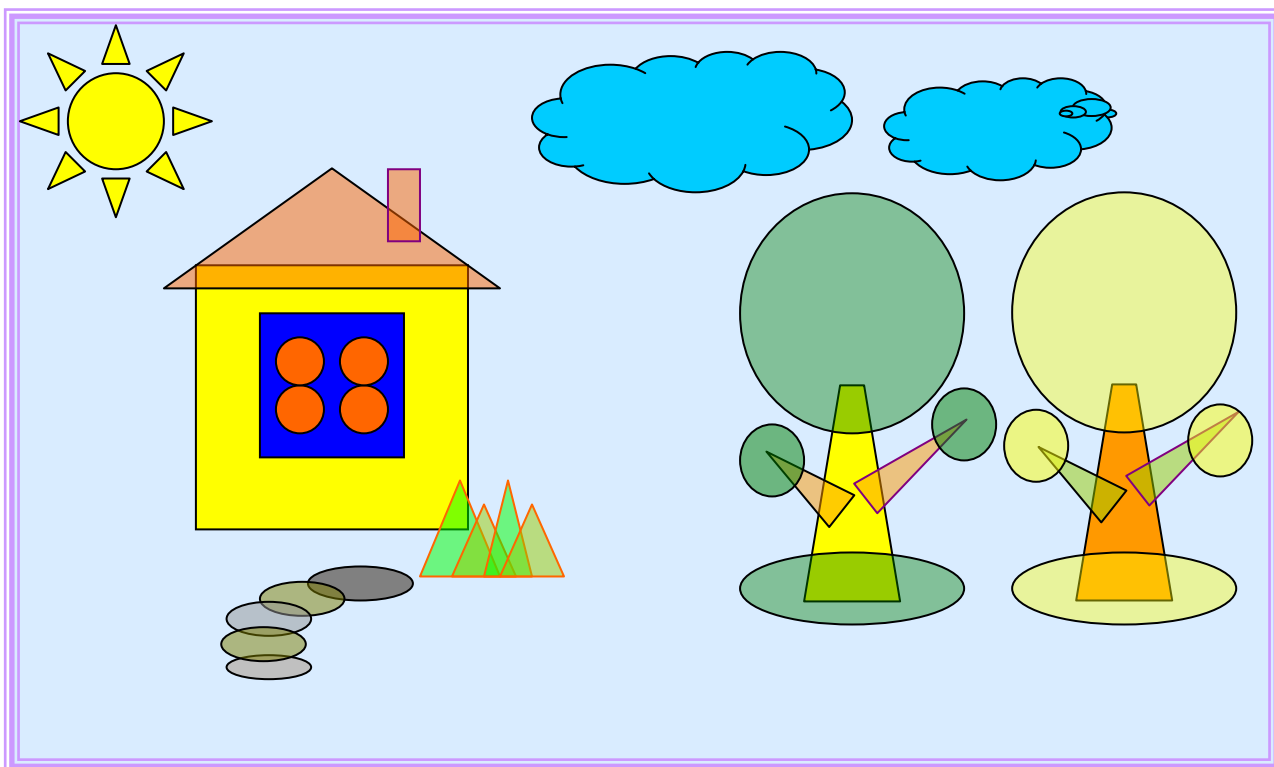
цвет ствола

цвет листвы и лужайки

цвет веток



А теперь закрасим наши деревья и наклеим их на голубой картон. Получилось панно «Сказочный парк» (На картонке уже изображено солнышко, домик и пр.).



И последний урок – литература.

Задача № 7. Поэт-модернист написал стихотворение, в котором первая строка «Хочу пойти гулять куда-нибудь», а остальные строки все разные и получены из первой перестановки слов. Какое наибольшее количество строк может быть в этом стихотворении?

Решение

Используя задачу № 1, учащиеся могут сразу дать ответ – 24 строки.

Учитель показывает это стихотворение.

Неправда ли лёгкий способ для написания стихов. Как вы считаете легко выучить такое стихотворение?

Подведём итоги.

Мы буквально на несколько минут заглянули на уроки из расписания и действительно встретились с математикой.

Вспомните слова – стихи:

Математика повсюду –
Глазом только поведёшь
И примеров сразу уйму
Ты вокруг себя найдёшь...

Устали. Предлагаю в конце урока отложить ручки в сторону и немного включить воображение и память.

Я прочитаю вам математическую пьесу.

Бесплатный обед (№ 8)

Десять друзей, решив отпраздновать окончание средней школы в кафе, заспорили у стола о том, как усесться вокруг него.

Маша. Давайте сядем в алфавитном порядке, тогда ни кому не будет обидно.

Саша. Нет, сядем по возрасту.

Коля. Нет, нет. Сядем по успеваемости.

Толя. Да ну, опять успеваемость, это вам не школа, да и надоело.

Валя. Тогда я предлагаю сесть по росту, и никаких проблем.

Галя. Устроим здесь физкультуру, не так ли?

Нина. Придётся тащить жребий.

Зина. Ну, уж нет.

Дима. По-моему, уже обед остыл.

Римма. Я сажусь, где придётся, и вы давайте за мной.

Появляется официант: «Вы ещё не расселись? Молодые друзья мои, оставьте ваши пререкания. Сядьте за стол, как кому придётся, и выслушайте меня. Пусть один из вас запишет, в каком порядке вы сейчас сидите. Завтра снова явитесь сюда пообедать и разместитесь уже в ином порядке. Послезавтра сядете опять по-иному, и так далее, пока не перепробуете все возможные размещения. Когда придёт черёд вновь сесть так, как сидите вы сегодня, тогда обещаю торжественно – я начну ежедневно угощать вас всех бесплатно самыми изысканными обедами».

Друзья (почти хором: «Вот здорово, будем каждый день обедать у вас!»)

Друзьям не пришлось дожидаться того дня, когда они стали питаться бесплатно. И не потому, что официант не исполнил обещание. А почему?..

Ответ на этот вопрос и составит основу домашнего задания, в которое к тому же можно включить решение примеров (оставшихся) из задачи старого Математика.

Занятие 6.

Перечислим задачи, стоящие перед педагогом на следующем этапе обучения детей решению задач – этапе обобщения рациональных приёмов систематического перебора:

– познакомить с такими правилами комбинаторики, как правило суммы и правило произведения;

– подвести к применению комбинаторных формул без их обозначения (для подсчета числа сочетаний, размещений и перестановок).

В процессе достижения выделенных задач каждый член кружка учится представлять в умственном плане все возможные варианты комбинаций (в рамках определённых условий, описанных в задаче) без обращения к практическим и графическим средствам. Педагогу важно организовать учебный процесс так, чтобы дети активно рассуждали, комментировали свои действия и на основе правил суммы и произведения получали ответ на поставленный вопрос о подсчёте числа комбинаций.

Практический и графический способы решения комбинаторных задач подразумевают выделение каждого частного варианта комбинаций перебора. И лишь подсчитав количество найденных частных вариантов, решающий может оценить число тех или иных способов перебора. Поэтому ему необходимо быть уверенным в полноте и непротиворечивости найденных вариантов. Обобщая

рациональные приёмы систематического перебора, ученики переходят на такой уровень решения комбинаторных задач, когда они могут, рассуждая вслух, проводить доказательства в обобщенном плане, не обращаясь к выделению каждого частного варианта перебора. Здесь не подразумевается полный отказ от схем, таблиц и графов, а имеется в виду их рациональное использование. Одним из критериев сформированности комбинаторных действий на достаточно высоком уровне является самостоятельное, аргументированное (логическое) рассуждение детей в плане громкой речи с опорой на модели, комбинаторные правила и формулы.

Этап обобщения рациональных приемов систематического перебора целесообразнее начать с комбинаторных задач на правило суммы. Это правило дети могут «открыть» для себя на примере такой задачи: «В вазе 4 яблока и 3 груши. Сколькими способами можно взять из вазы один из фруктов?» (№ 9) Приведём возможный вариант беседы учителя с детьми:

– Что значит «взять один из фруктов»? // Это значит взять яблоко или грушу.

– Сколькими способами можно взять 1 яблоко? Почему? // Четырьмя способами, так как яблок всего 4 и они разные.

– Сколькими способами можно взять 1 грушу и почему? // Одну грушу можно взять тремя способами, так как груш всего 3 и они разные.

– Сколькими способами можно взять один из фруктов? // семью способами: $4 + 3 = 7$

После решения нескольких задач важно обобщить, когда же применяется правило суммы. Ученики делают вывод: «Это правило необходимо, когда нужно выбрать один предмет из нескольких различных множеств».

Творческие задания вызывают у детей наибольший интерес. Кроме большой мотивационной роли, такие задачи несут значительный развивающий эффект. Творческие задания могут предлагаться в следующих формах.

Решите задачу: «У Вани 2 книжки со сказками и 3 с рассказами. Сколькими способами он может выбрать книжку для чтения?» (№ 10).

Измени условие задачи так, чтобы количество способов увеличилось (уменьшилось (№ 11)).

№ 12. Составь свою комбинаторную задачу, которая решается так: $5 + 4$.

№ 13. Составь комбинаторную задачу на правило суммы, используя слова: магазин, рыбки, купить.

Далее с учащимися могут быть рассмотрены задачи на правило произведения. Следует уделить особое внимание осознанию смысла этого правила, так как в дальнейшем на его основе будут решаться задачи на определение числа размещений, перестановок, сочетаний из n элементов по m элементов.

Рассмотрим знакомство с правилом произведения на примере задачи: «В вазе 4 яблока и 3 груши. Сколькими способами можно из вазы взять пару фруктов: яблоко и грушу?» (№ 14)

– Можно ли здесь для ответа на вопрос использовать правило суммы? Почему? // Нет, так как в задаче требуется выбрать пару фруктов, то есть 2 фрукта.

– Сколькими способами можно выбрать 1 яблоко для набора? // Четырьмя способами.

– Пусть яблоко выбрано. Сколькими способами можно к этому яблоку выбрать 1 грушу? А ко второму, третьему, четвертому яблоку сколькими способами можно выбрать грушу? // Грушу можно выбрать к каждому из яблок тремя способами.

– Сколько всего способов выбора груш к яблокам мы нашли? // Всего 12 способов: $3 \cdot 4 = 12$.

Ученики могут проверить правильность своих рассуждений, решая эту задачу с помощью таблицы. Анализируя таблицу, они замечают, что помимо поэтапного пересчета получившихся наборов их число можно узнать, перемножив количество наборов в каждой строке на количество наборов в каждом столбце или, что то же самое, количество яблок на количество груш.

№ 15. Составь свою комбинаторную задачу, которая решается так: $5 \cdot 3$.

№ 16. Составь комбинаторную задачу на правило произведения, используя слова: магазин, животных, в подарок.

При выполнении творческих заданий (12 и 13, 15 и 16) по конструированию задач можно провести работу «по цепочке»:

– ученики организуют «круглый стол»;

– каждый придумывает по задаче и записывает её текст на карточку с двух сторон;

– все решают полученные задачи, оформляя решения прямо на карточке;

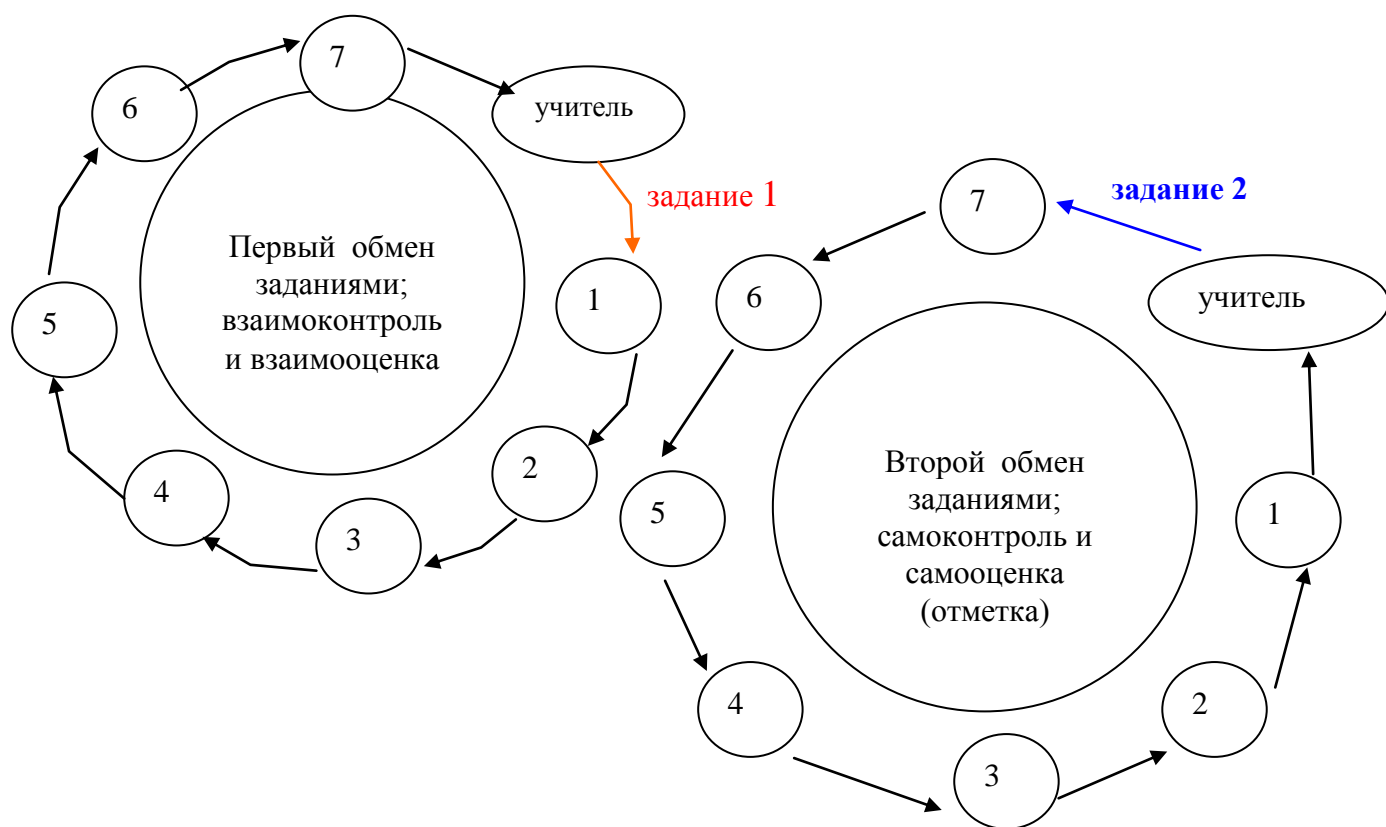
– по указанию учителя карточки «возвращаются» к авторам, которые проверяют и оценивают решение качественно («удовлетворительно», «не плохо», «хорошо», «очень хорошо», «отлично», «блистательно», «замечательно»); качественная оценка творческих работ помогает создать атмосферу успеха и сотрудничества;

– по указанию учителя каждый передаёт свою карточку (перевернув её другой стороной) соседу с права;

– задания решаются, сравниваются с решением (на другой стороне карточки одноклассника; теперь решающий выставляет отметку самому себе;

– карточки вновь «возвращаются» к авторам.

Регулируя процесс рассаживания у «круглого стола» учитель может учесть индивидуальные особенности своих учеников. Так, например, если рассадить учеников строго в соответствии их успешности в овладении материалом, то первый обмен задачами должен идти по схеме: «каждый получает задачу от более «слабого» ученика; но тогда на границе самого слабого с самым сильным должен находиться учитель, который составляет уже 2 карточки; для самого слабого одну, для самого сильного – другую.



Все задачи 14 и 16-го заданий (с их лучшей стороны) являются основой для стенгазеты (литературно-зоолого-математического содержания) «В зоомагазине»

Занятие 7

Умение решать комбинаторные задачи на основе правила произведения позволяет педагогу предложить ученикам задачу на определение числа размещений из n элементов по m элементов (A_n^m).

Например, это может быть задача: «Из 5 картин на стену нужно повесить только 3 картины. Сколькими способами можно отобрать из 5 картин только 3 картины, чтобы наборы отличались не только составом картин, но и порядком расположения?» (№ 17).

Важно обратить внимание учеников на то, что составляемые наборы должны отличаться не только составом картин, но и их расположением.

Приведём возможные рассуждения учеников: «Из 5 различных картин на первое место картину можно выбрать 5 способами. Когда первая картина выбрана, то на второе место картину можно выбрать только 4 способами. А когда выбраны картины на первое и второе место, то на третье место картину можно выбрать только тремя способами. Всего из 5 картин можно отобрать наборы по 3 картины и расположить их в один ряд $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ способами».

Задачи с перестановками из n элементов могут быть введены педагогом как частный случай задач с размещениями из n элементов по m элементов, когда m равно n . Поэтому большую часть работы по исследованию способа

решения таких задач учащиеся могут выполнять самостоятельно. Сначала педагог может предложить следующее задание: внимательно прочитайте задачи. Чем они похожи? Чем отличаются? (№ 18).

Задача 1. Из 5 картин нужно повесить в ряд на стену только 3 картины. Сколькими способами можно отобрать из 5 картин только 3 картины, чтобы наборы отличались не только картинками, но и порядком расположения?(№ 19)

Задача 2. Сколькими способами можно повесить на стену 3 картины в ряд? (№ 20)

Важно акцентировать внимание учеников на том, что в первой задаче приходится выбирать 3 картины из 5, а во второй 3 картины из 3. Анализируя задачу 2, педагог может предложить ученикам представить, как они будут по-разному развешивать на стены картины. Учащиеся могут заметить, что для выделения каждого нового способа им приходится переставлять картины с места на место. Педагог сообщает, что во второй задаче надо найти число перестановок из 3 элементов (P_n).

Если задача 1 уже была решена школьниками и её решение не вызвало больших затруднений, то учитель может предложить решить задачу 2, рассуждая аналогично. Не прибегая к практическим действиям, учащиеся могут рассуждать следующим образом: «Из трех различных картин на первое место картину можно выбрать 3 способами. Когда первая картина выбрана, то на второе место картину можно выбрать 2 способами, так как различных картин осталось только 2. Когда выбраны 2 картины на первое и второе место, то для выбора на третье место остаётся только одна картина. Поэтому на стену 3 картины можно повесить $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способами».

Используя приём сравнения двух задач и способов их решения, ученики вместе с педагогом могут рационализировать и процесс определения числа сочетаний из n элементов по m (C_n^m). Для этого им можно предложить сравнить, например, следующие задачи.

Задача 1. Три ученика дежурят по одному в классе, столовой и коридоре. Сколькими способами могут быть выбраны эти дежурные из 4 человек?(№ 21)

Задача 2. Сколькими способами могут быть выбраны 3 ученика из 4 для дежурства в столовой? (№ 22).

Подобные пары задач педагог предлагает, чтобы показать отличие размещений от сочетаний из n элементов по m элементов. Такая цель достигается в процессе сравнительного разбора и решения этих задач при последовательной организации следующей деятельности учеников на занятии.

Опираясь на следующий опыт решения аналогичных задач, учащиеся могут найти решение первой задачи: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (способа).

После этого педагог предлагает решить задачу 1 с помощью практического перебора выборок. Для этого дети обозначают каждого из учащихся первой буквой его имени (например, П, К, В, С) и коллективно заполняют таблицу. Важно обратить внимание учеников на то, будет ли, например, выборка (П, К, В) отличаться от выборки (П, В, К) и почему (см.таблицу).

По таблице проводится беседа:

Класс	Столовая	Коридор
П	К	В
П	В	К
К	П	В
К	В	П
В	К	П
В	П	К
П	К	С
П	С	К
С	К	П
С	П	К
К	П	С
К	С	П
П	В	С
П	С	В
С	В	П
С	П	В
В	П	С
В	С	П
К	В	С
К	С	В
В	К	С
В	С	К
С	К	В
С	В	К

СТОЛОВАЯ			
ПКВ	ПКС	ПВС	КВС
ПВК	ПСК	ПСВ	КСВ
КНВ	СКП	СВП	ВКС
КВП	СПК	СПВ	ВСК
ВКП	КНС	ВНС	СКВ
ВПК	КСП	ВСП	СВК

– Сколько всего получилось выборок? // 24

– Верно ли мы решили задачу первым способом? // Да

– О чём говорить в задаче 2? // В этой задаче тоже нужно выбрать 3 человека из 4, но только для дежурства в столовой.

– Как с помощью составленной таблицы решить эту задачу? // Нужно заменить места дежурства ребят в первой строке таблицы одним словом «столовая» и зачеркнуть лишние выборы.

– Почему часть выборок станет лишней? // Так как все 3 человека будут дежурить в одном месте, то порядок расположения имён в выборке не важен.

– Какие выборы нужно оставить, а какие зачеркнуть, чтобы решить задачу 2? // Нужно оставить все выборы отличающиеся набором имён, а убрать все

остальные, отличающиеся от них лишь порядком расположения имён).

Для выполнения этой работы педагог предлагает с помощью ножниц переконструировать имеющуюся таблицу (по пунктирным линиям) в новую форму и зачеркнуть лишние варианты выборов.

– Сколько же различных выборок получилось? // 4.

– Как получилось число 4? // Ученики могут давать разные ответы: а) «мы пересчитали»; б) $24 - 20 = 4$.

Чтобы заложить основу дальнейшего введения формулы числа из n элементов по m элементов, педагог проводит следующую беседу:

– Сколько всего было выборок дежурных групп в первой таблице // $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

– Сколько строк в таблицах, которые получились после переконструирования? // 6. Это число таких выборок из 3 человек по 3 человека, когда важен порядок выбора. Это число перестановок из 3 человек: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

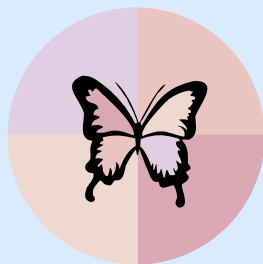
– Как же получилось число 4, которое совпадает с числом столбцов в последней таблице? // Надо разделить на 6. 24 мы нашли как результат

произведения 4, 3 и 2, а 6 мы нашли как результат произведения 3,2 и 1. Поэтому получается запись: $24: 6 = (4 \cdot 3 \cdot 2) : (3 \cdot 2 \cdot 1) = 4$.

В заключении педагог подводит учеников к обобщению, в котором отмечается, чем же похожи и чем отличаются предложенные задачи.

Занятие 8

*Шевелились у цветка
Все четыре лепестка.
Я сорвать его хотел,
Он вспорхнул и улетел.*



Залетели в комнату 5 бабочек и захотели опуститься на цветок, но цветов в комнате – лишь 2. Сколько вариантов рассаживания бабочек на цветки, при условии, что на каждой цветке будет находиться только одна

Занятие по закреплению изученного материала проходит в форме лотереи: из какой-нибудь ёмкости по-очереди берутся лотерейные билеты с задачами.

Каждая задача помещается на отдельный «билет» – карточку, лицевая сторона которой представлена загадкой, и другая сторона содержит комбинаторную задачу.

Каждая задача решается всеми возможными способами (в том числе и арифметическим).

Процесс решения можно организовать любым способом: индивидуальным или групповым.

Умею прыгать и катиться,
А если бросят – полечу.
Кругом смеющиеся лица:
Все рады круглому ...

Я в стаканчике, рожке,
Вкусное и нежное.
Сделано на молоке,
Чаще – белоснежное.
В морозилках проживаю,
А на солнце сразу таю.
У бога есть, у царя нет.
У Бориса впереди, у Глеба
назад,
У бабы две, а у девки ни
одной.

Катя, Маша и Ира играют с мячом. Каждая из них должна по одному разу бросить мяч в сторону каждой подруги. Сколько раз каждая из девочек должна бросать мяч? Сколько всего раз будет подбрасываться мяч?

В школьной столовой на обед приготовили в качестве вторых блюд мясо, котлеты и рыбу. На сладкое — мороженое, фрукты и пирог. Можно выбрать одно второе блюдо и одно блюдо на десерт. Сколько существует различных вариантов обеда?

Слог называется открытым, если он начинается с согласной буквы, а заканчивается гласной. Сколько открытых двухбуквенных слогов можно написать, используя буквы «а», «б», «в», «г», «е», «и», «о»? Выпишите эти слоги.

Посмотрите на меня—
 Сбоку у меня поля,
 Для задачек будут, детки,
 На моих страницах клетки,
 А для разных упражнений,
 Я – в линейку, без сомнений.
 Это – лёгкая загадка:
 Каждый знает, я –

Загудел глазастый жук,
 Обогнул зеленый луг,
 У дороги смял ковыль
 И ушел, вздымая пыль.

Кто автор этих строк? Каковы жанр и название произведения?

Проказница Мартышка,
 Осёл, Козел да косилапый Мишка
 Затеяли сыграть Квартет.
 Ударили в смычки, дерут, а толку
 нет.
 «Стой, братцы, стой! – кричит
 Мартышка. – Погодите! Как музыке
 идти?
 Ведь вы не так сидите».

Столько игр настольных есть,
 Что наверное не счесть!
 Ну а я и братик Сашка
 Целый день играем в...

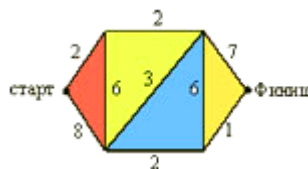
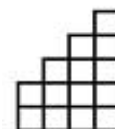
Загляни к нему ты в сумку,
 Там увидишь ты малютку.
 Далёко прыгает в длину
 Всем известный ...

Миша запланировал купить: карандаш, линейку, блокнот и тетрадь. Сегодня он купил только два разных предмета. Что мог купить Миша, если считать, что в магазине были все нужные ему учебные принадлежности?

В автомашине пять мест. Сколькими способами пять человек могут усесться в эту машину, если занять место водителя могут только двое из них?

Сколькими различными способами могут попытаться сесть эти музыканты? Может ли это улучшить качество их игры?

Сколькими способами можно расположить 4 шашки на нарисованной доске так, чтобы никакие две из них не находились в одном ряду или одной колонке?



На дорожках стадиона расставлены барьеры (число барьеров на

каждой дорожке указано на рисунке). Кенгуру хочет пробежать от старта до финиша, перепрыгивая через наименьшее возможное число барьеров. Сколько раз Кенгуру придется перепрыгнуть через барьеры?

Этот мишка любит мёд,
 В гости сам к друзьям идёт.
 Всем поможет от души,
 Вот к ИА опять спешит.
 Любит сочинять он вслух,
 Кто же это?

На рояль я не похожий,
 Но педаль имею тоже
 Кто не трус и не трусиха
 Прокачу того я лихо
 У меня мотора нет
 Я зовусь ...

В глухом лесу в своей избушке
 Совсем одна живет старушка.
 Метлой она не пол метет,
 Метла – старушкин самолет!

В суматохе городской
 В летнем парке день-деньской.
 В бронзовой красивой чаше
 Дождик прыгнет и пляшет.

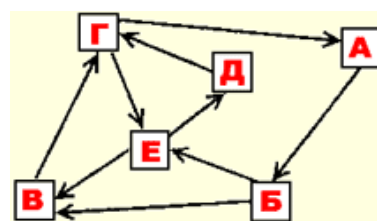
Пятачок хочет вставить в три разные
 рамки портреты Винни-Пуха, Тигры и
 Иа-Иа.

Он может разместить портрет Винни-
 Пуха в розовой рамочке, Тигры – в
 бирюзовой, а Иа-Иа – в коричневой. А
 сколько всего разных способов есть у
 Пятачка, чтобы разместить портреты
 своих друзей ?

Даниил закрыл свой велосипед на
 замок с секретным кодом,
 составленным из двух цифр и обратил
 внимание, что сумма этих цифр равна
 10. Назавтра он забыл этот код, но, к
 счастью, запомнил сумму цифр кода.
 Он решил выписать все возможные
 варианты на листочке. Сколько
 пройдет времени, и Даниил наверняка
 сможет освободить свой велосипед,
 если на проверку одного кода ему
 нужна 1 минута ?



От Кашея Бессмертного до Кикиморы
 ведут три дороги (№1, №2, №3). От
 Кикиморы до Бабы-Яги – 2 дороги
 (№4, №5). Сколькими способами
 может добраться Кашей до Бабы-Яги,
 заходя в гости к Кикиморе?



Смотритель
 каждый день
 обходит все
 фонтаны
 парка. По
 каждой

дороге он проходит ровно один раз.
 Стрелки указывают направления его
 движения от одного фонтана к
 другому. Где смотритель начинает
 свой обход и какой фонтан он
 посещает последним ?

Закрыто на зиму оно,
А летом открывается.
Оно кончается на «О»
И так же начинается.

Мы вымыли руки и сели за стол.
А он неумытый обедать пришел.
И с ним бесполезна любая беседа
-
Он вымоет лапки, но после обеда.

Лежу я у вас под ногами,
Топчите меня сапогами.
А завтра во двор унесите меня
И бейте меня, колотите меня,
Чтоб дети могли поваляться на
мне,
Барахтаться и кувыркаться на мне

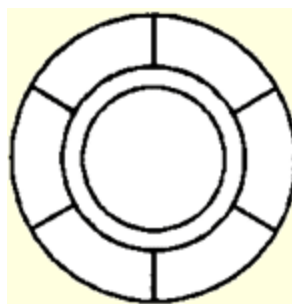
Проживают в трудной книжке
Хитроумные братишки.
Десять их, но братья эти
Сосчитают всё на свете.

Пью его я каждый день,
Наслаждаться мне не лень.
Он в Цейлоне созревает –
Всяк ответ здесь отгадает.
Предлог стоит в моём начале,
В конце же загородный дом.
А целое – мы все решаем
И у доски, и за столом.

Окно в комнате Кости имеет
прямоугольную форму и разделено на 3x3
маленьких секций. Костя хочет покрасить
три секции желтой краской. Но он хочет
покрасить их так, чтобы окно смотрелось
одинаковым, если смотреть на него
снаружи или изнутри. Сколько всего
способов покрасить свое окно есть у Кости
?

МАР
АРСИК
ИК
К

Сколькими способами
Юля может прочитать
имя своего любимого
кота Марсика, если ей
разрешено двигаться
только вправо или вниз?



На соревнованиях по
вольной борьбе
борцовский ковер имел
круглую форму,
показанную на рисунке.
Если использовать
только красный,
желтый и голубой цвет,

то сколько существует разных способов
раскрасить ковер так, чтобы соседние
области не имели одинаковый цвет
(способы раскраски, получаемые друг из
друга вращением, не считаются разными).

Из цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5 составлены
всевозможные трехзначные числа (каждая
цифра может быть использована в одном
числе один или большее число раз). Каких
трехзначных чисел больше : составленных
только из четных или только из нечетных
чисел и на сколько ?

В магазине «Всё для чая» есть 5 разных
видов чашек и 3 вида блюдец. Сколько
разных чайных пар можно из них
скомплектовать?

Сколько предложений можно составить из
слов: «я», «смогу», «решить», «задачу»?

Занятие 9

Обобщение изученного материала

Обсуждаем с учениками свои успехи.

Выясняем, что мы изучили задачи 5 видов:

на выбор одного предмета из нескольких различных множеств предметов – задачи на сложение;

на выбор n – предметов по одному из n множеств – задачи на произведение;

на перестановку предметов;

на размещение из n элементов по m , когда за каждым предметом закреплено его место;

на сочетание из n предметов по m , когда порядок расположения предметов безразличен.

За эти заслуги мы поднимаемся на пьедестал почёта и занимаем III место.

Далее перечисляем способы решения этих задач:

- перебор (действия) предметов – метод исчерпывающих проб;
- дерево вариантов;
- графический способ – точки соединяемые отрезками;
- табличный способ;
- арифметический способ.

Наши достижения в этом деле заслуживают II место.

И, наконец, мы научились:

- составлять анаграммы,
- читать слова справа налево,
- подбирать слова противоположные по смыслу,
- составлять комбинаторные задачи,
- отмечать свои успехи: выставлять себе отметку,
- оценивать работу друзей,
- рисовать иллюстрации к задачам и многому другому.



За эти наши успехи мы награждаемся золотыми медалями и по праву занимаем верхнюю ступень пьедестала!

На этом занятии ребята вспоминают самые интересные задачи и способы их решения, поэтому весь наглядный, иллюстративный и раздаточный материал, а также стенгазеты и прочее должны быть представлены воочию, для всеобщего обозрения.

В разработанной нами системе обучения решению комбинаторных задач заложены основные принципы стратегии формирования гибкости мышления. Методика обучения включает несколько этапов, каждый из которых опираются на закономерности развития гибкости мыслительной деятельности детей и логику изучения комбинаторики. Следует обратить внимание на то, что каждый этап обучения комбинаторике, хотя и взаимосвязан с возрастными

способностями интеллектуального развития детей от 7 до 12 лет, не имеет жёсткой привязки к определённой возрастной группе. Этап обобщения рациональных приемов перебора является как итогом подготовки детей к введению комбинаторных формул, так и начального изучения теорий множеств в логике науки математики.

Таким образом, включение в содержание обучение детей младшего школьного возраста комбинаторных задач будет способствовать как интеллектуальному развитию ребёнка в целом, так и возможности «создавать полезные комбинации» (А.Пуанкаре), что позволит в будущем решать истинно творческие задачи, диапазон которых – от парадоксальной головоломки до научного открытия.

Пилипенко Василина Васильевна

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО КРУЖКА
«КОМБИНАТОРИКА ВОКРУГ НАС»**

для учащихся 1-6 классов:

методическая разработка

На обложке репродукция картины «The Young», художник – Scribe Karl
Gephardt (German, 1860-1917)